МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Ляшенко Яков Александрович

УДК 539.62:621.891(043.3)

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ И ФРАГМЕНТАЦИИ МЕТАЛЛОВ

01.04.02 — Теоретическая физика

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата
физико–математических наук

Научный руководитель
к.ф.–м.н., доцент
Хоменко Алексей Витальевич

Сумы – 2008

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5

РАЗДЕЛ 1 ГРАНИЧНЫЙ РЕЖИМ ТРЕНИЯ И ПРОЦЕСС ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ 11

1.1. Граничный режим трения 11

1.1.1. Методика эксперимента 12

1.1.2. Экспериментальные зависимости 16

1.1.3. Новая карта трения 21

1.2. Теоретические модели описания граничного режима трения 24

1.2.1. Механистическая модель 24

1.2.2. Термодинамическая модель 27

1.2.3. Реологическая модель 29

1.3. Метод интенсивной пластической деформации 32

1.4. Выводы 34

РАЗДЕЛ 2 ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ УЛЬТРАТОНКОЙ ПЛЕНКИ СМАЗКИ 36

2.1. Основные уравнения 37

2.2. Влияние температурной зависимости вязкости 40

2.2.1. Соотношение Фогеля-Фулчера 40

2.2.2. Степенная зависимость 46

2.2.3. Учет деформационного дефекта модуля сдвига 47

2.3. Гистерезисные явления при фазовом переходе второго рода 50

2.3.1. Скачкообразное плавление 50

2.3.2. Непрерывное превращение 56
2.3.3. Фазовая кинетика 57
2.3.3.1. Координаты $\sigma - \varepsilon$ 57
2.3.3.2. Координаты $\dot{\sigma} - \sigma$ 61
2.4. Гистерезисные явления при фазовом переходе первого рода 62
2.4.1. Скачкообразное плавление 62
2.4.2. Фазовая кинетика 65
2.5. Выводы 68
РАЗДЕЛ 3 ВЛИЯНИЕ БЕЛОГО ШУМА 70
3.1. Динамическая фазовая диаграмма 71
3.2. Временны́е зависимости напряжений 76
3.3. Плавление за счет диссипативного разогрева поверхностей трения 81
3.4. Периодический прерывистый режим трения 82
3.5. Самоподобное поведение 85
3.5.1. Динамическая фазовая диаграмма 85
3.5.2. Временны́е зависимости напряжений 90
3.5.3. Учет деформационного дефекта модуля сдвига 92
3.6. Выводы 93
РАЗДЕЛ 4 УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ 95
4.1. Представление цветного шума и основные уравнения 96
4.2. Непрерывное превращение 102
4.3. Учет деформационного дефекта модуля сдвига 105
4.4. Самоподобное поведение 108
4.4.1. Непрерывное превращение 108

4.4.2. Учет деформационного дефекта модуля сдвига 112

4.5. Выводы 117

РАЗДЕЛ 5 ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ 119

5.1. Основные уравнения 120

5.2. Фазовая диаграмма 124

5.3. Кинетика установления стационарного режима фрагментации 131

5.3.1. Релаксационные зависимости 132

5.3.2. Кинетика в координатах $\dot{\varphi}-\varphi$ 134

5.3.3. Влияние внешнего периодического воздействия 136

5.4. Влияние шума 139

5.4.1. Динамическая фазовая диаграмма 140

5.4.2. Самоподобный режим 144

5.4.3. Обсуждение влияния внешнего периодического воздействия . . 149

5.5. Выводы 150

ВЫВОДЫ 152

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 154

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы интенсивно проводится экспериментальное исследование процесса трения и реологических свойств молекулярно-тонких слоев жидкостей между двумя атомарно-гладкими поверхностями [1—3] при различных величинах приложенной нагрузки, давления, толщин слоев, при изменении сдвиговой скорости, температуры и т.д. Целью исследований является выяснение трибологических (поведение при трении) и реологических свойств ультратонких слоев смазочных материалов. Это обусловлено тем, что с развитием нанотехнологий растет потребность в создании таких трущихся систем. Следует также отметить, что данные узлы трения существуют практически в каждом реальном механизме, и их появление вызвано выдавливанием смазки из-под поверхностей.

Недавние эксперименты [1—3], теоретическое рассмотрение [4—6] и компьютерное моделирование [7] расширили понимание трения двух гладких твердых поверхностей при наличии тонкого слоя жидкости между ними. С фундаментальной точки зрения интерес обусловлен тем, что получение гладких поверхностей низкого трения все более и более необходимо для высокотехнологических устройств типа компьютерных систем, миниатюрных двигателей, космических приборов и т.д. Выяснено, что слой жидкости в процессе трения становится более тонким, и его физические свойства изменяются сначала плавно (количественно), а затем, при некоторой критической толщине, изменения приобретают резкий качественный характер [8]. Количественные изменения выражаются неньютоновским поведением жидкости и заменой обычного плавления стеклованием, но слой смазки при этом остается распознаваемым как жидкость [1].

Актуальность темы.

В настоящее время особое место в физических исследованиях отводится системам наноразмеров, поскольку они ведут себя отличным от поведения объемных тел образом [1] и одновременно с этим имеют большое прикладное значение. В частности, узлы трения, представляющие собой атомарно-гладкие поверхности, разде-

ленные тонким слоем смазки, могут использоваться в системах позиционирования в микроустройствах. Известно, что фрагментация металлов до наноразмеров позволяет значительно улучшить их прочностные и пластические характеристики [9]. Для ультратонких пленок смазки задача сводится к разработке феноменологической схемы, позволяющей описать их аномальное поведение. Изучение закономерностей фрагментации направлено на усовершенствование существующей термодинамической модели [10] и описание процесса на ее основе.

Связь работы с научными программами и темами.

Работа выполнена на кафедре физической электроники Сумского государственного университета и связана с выполнением следующих госбюджетных тем: "Статистическая нелинейная теория динамических фазовых режимов граничного трения в наноустройствах" (научно-исследовательская работа Государственного фонда фундаментальных исследований, номер государственной регистрации 0107U008898, срок выполнения 2007–2009 гг.); "Синергетика граничного трения" (номер государственной регистрации 0107U001279, срок выполнения 2007–2008 гг.); "Статистическая теория сложных систем экономического типа" (номер государственной регистрации 0106U001940, срок выполнения 2006–2008 гг.).

Цель и основные задачи исследования.

Целью диссертационной работы является разработка качественной феноменологической модели, позволяющей описать поведение ультратонких пленок смазок при трении между атомарно-гладкими слюдяными поверхностями, используя детерминистический подход, и в условиях стохастичности, а также анализ процесса интенсивной пластической деформации (ИПД) на основе термодинамической модели и определение возможных режимов фрагментации. В результате основная задача сводится к исследованию моделей, позволяющих представить экспериментально наблюдаемое поведение.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- используя систему уравнений Лоренца описать экспериментально наблюдаемое поведение при плавлении тонких пленок смазок;

- минимизацией многомерного термодинамического потенциала получить систему кинетических уравнений, описывающую фрагментацию металлов в процессе ИПД;

- найти решения систем уравнений в стационарном случае;

- исследовать кинетику рассматриваемых процессов;

- проанализировать влияние аддитивных некоррелированных шумов на плавление смазки и фрагментацию металлов;

- исследовать самоподобный режим данных процессов;

- проанализировать влияние коррелированных флуктуаций температуры на плавление смазки;

- провести учет дефекта модуля сдвига смазки.

Объект исследования представляет систему атомарно-гладких поверхностей, разделенных ультратонким слоем смазки, и метод ИПД.

Предметом исследования являются процессы плавления ультратонкой пленки смазки и фрагментации металлов.

Методы исследования.

При выполнении работы использовались реологические [11], синергетические [12–14] и стохастические [15, 16] методы, методы теорий упругости [17] и фазовых переходов [18], методы математической физики [19,20], вычислительной математики [21] и математического моделирования [21,22]. Самосогласованные нелинейные дифференциальные уравнения решались при использовании адиабатического приближения [23]. При построении стационарного распределения сдвиговых напряжений по их величине использовались уравнения Ланжевена и Фоккера-Планка [24]. Исследование кинетики рассматриваемых процессов проводилось методом фазовой плоскости [25]. Анализ влияния коррелированного шума осуществлялся методом эффективного потенциала [19, 20].

Научная новизна полученных результатов.

1. Впервые в рамках реологической модели описано гистерезисное поведение при плавлении ультратонкой пленки смазки. Найдены три режима поведения

смазки, отвечающие нулевым сдвиговым напряжениям, гуковскому участку диаграммы нагружения, и участку пластического течения. Исследованы процессы непрерывного и скачкообразного плавления при различных соотношениях времен релаксации.

2. Проанализировано влияние температурных зависимостей вязкости в виде закона Фогеля-Фулчера и степенного выражения на плавление смазки. Определены соответствующие выражения для температур плавления. Найдены условия, при которых трение уменьшается.

3. Показано, что влияние аддитивных некоррелированных шумов основных параметров приводит к прерывистому режиму плавления смазки. Исследован самоподобный режим поведения твердоподобной смазки.

4. Объяснены эксперименты, при которых смазка плавится без подвода дополнительного тепла извне за счет диссипативного разогрева поверхностей трения. В рамках численного моделирования получены временны́е зависимости напряжений и показаны изменения режимов трения.

5. При учете влияния коррелированных флуктуаций температуры показано, что смазка может находиться в нескольких стационарных состояниях. Построена фазовая диаграмма самоподобного процесса плавления, которая прогнозирует различные режимы трения.

Практическое значение полученных результатов.

Развитая модель для описания граничного трения позволяет прогнозировать поведение смазочных пленок и подбирать их параметры таким образом, чтобы свести к минимуму вероятность реализации прерывистого ($stick-slip$) режима, который является основной причиной разрушения трущихся деталей в микроэлектронике. Термодинамическая модель ИПД предсказывает возможность формирования предельных структур различного типа, и, соответственно, получения материалов с заданными физико-механическими свойствами.

Личный вклад соискателя.

В работе [26] участие автора диссертации заключалось в изучении литературных источников, аналитическом и численном решении поставленных задач, а также в обсуждении полученных результатов. В работе [27] диссертантом проведен численный расчет фазовых диаграмм и стационарных значений напряжений при непрерывном превращении. В работе [28] соискателем получено аналитическое выражение для распределения вероятности и при его численном анализе построена фазовая диаграмма. В работе [29] диссертантом исследовано влияние температурной зависимости вязкости степенного вида и проведен учет деформационного дефекта модуля сдвига. В работах [30, 31] диссертантом построены фазовые портреты, описывающие кинетику смазки. В работе [32] соискателем развита процедура численного решения уравнения Ланжевена и с ее помощью построены временны́е зависимости напряжений для различных областей фазовой диаграммы. В работе [33] соискателем проанализирована устойчивость переходных состояний. В работе [34] диссертантом исследовано гистерезисное поведение на основе полученных им стационарных зависимостей напряжений от температуры поверхности трения. В работе [35] диссертант исследовал фазовую кинетику смазки. В работах [36–39] автор диссертации провел численный анализ основных уравнений и на его основе построил фазовые диаграммы, а также участвовал в обсуждении полученных результатов.

Апробация результатов диссертации.

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

— Міжнародні конференції студентів і молодих вчених з теоретичної та експериментальної фізики "ЕВРИКА-2005, 2006, 2007" (Львів, 2005-2007 р.р.);

— International Conference "Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications" (Львів, 2005 р.);

— XVII International School-Seminar "Spectroscopy of molecules and crystals" (Берегове, Крим, 2005 р.);

— Третя Всеукраїнська конференція молодих вчених та спеціалістів "Надтверді, композиційні матеріали та покриття: отримання, властивості та застосування" (Київ, 2006 р.);

— 9-а Міжнародна конференція "Високі тиски 2006 – Фундаментальні та прикладні аспекти" (Судак, Крим, 2006 р.);

— 2nd International Conference "Quantum Electrodynamics and Statistical Physics – QEDSP2006" (Харків, 2006 р.);

— Международная конференция, посвященная 100-летию со дня рождения Владимира Ивановича Архарова "Мезоскопические явления в твердых телах" (Донецк, 2007 г.);

— Конференція молодих вчених і аспірантів Інституту електронної фізики НАН України "ІЕФ-2007" (Ужгород, 2007 р.);

— VII всеукраїнська школа-семінар і конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини Інституту фізики конденсованих систем НАН України (Львів, 2007 р.);

— International conference "Functional Materials – ICFM'2007" (Партеніт, Крим, 2007 р.);

— Всеукраинский конкурс студенческих научных работ по естественным, техническим и гуманитарным наукам 2005/2006 у.г. по направлению "Физика и астрономия" (диплом победителя за первое место);

— Семинары Донецкого физико-технического Института им. А.А. Галкина и Института прикладной физики НАН Украины.

Публикации.

Основные результаты диссертационной работы изложены в 10 статьях, опубликованных в специализированных научных журналах, удовлетворяющих требованиям ВАК Украины, и 12 сборниках тезисов конференций.

РАЗДЕЛ 1

ГРАНИЧНЫЙ РЕЖИМ ТРЕНИЯ И ПРОЦЕСС ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

1.1. Граничный режим трения

Результаты экспериментов по трению атомарно-гладких поверхностей, разделенных тонким слоем смазки показывают [1,7], что в установившемся режиме жидкостного трения слой смазки может существовать как в однофазном, так и в двухфазном и многофазных режимах. Когда существуют две фазы, слой подвергается режиму “прерывистого трения”, т.е. осуществляются переходы между твердоподобным и жидкоподобным состояниями смазки. Однако, особенно в случае цепных молекул типа гексадекана, жидкоподобное состояние очень отличается от основного состояния жидкости. Эффекты, найденные при изменении величины нагрузки, температуры, сдвиговой скорости и т.д. сильно скоррелированны, и поэтому позволяют построить теорию трения таких систем. Полученные экспериментальные данные обеспечивают новое понимание влияния молекулярной формы на структуру и динамику молекул в ультратонких слоях и более определенно описывают граничные переходы и эффекты неустойчивости, результатом которых является промежуточный режим трения.

При качественном изменении свойств фазовые переходы первого рода могут происходить между твердоподобной и жидкоподобной фазами, чьи свойства больше не могут характеризоваться даже качественно в рамках свойств объемных жидкостей типа вязкости. Эти слои теперь характеризуются пределом текучести (который является характеристикой разрушения в твердых телах) и молекулярной диффузией. Времена релаксации при этом могут быть на 10 порядков больше, чем в

объемных жидкостях или даже в слоях пленок, которые имеют лишь немного большую толщину.

Главным образом представляют интерес динамические свойства слоев в граничном режиме, особенно когда переходы между различными типами динамических фаз происходят во время скольжения. Недавние исследования скольжения различных поверхностей, где в роли смазки использовались различные вещества (слюда, кварц, металлические оксиды, различные поверхностно-активные вещества, органические жидкости, вода и т.д.) показали, что такие фазовые переходы являются скорее правилом, чем исключением, и что они проявляют себя наличием “прерывистого” движения, которое характеризуется переходами между двумя или более (динамическими) фазами.

Каждый режим трения характеризуется статическими и динамическими свойствами. Статические свойства включают в себя плотность слоя, функцию распределения плотности, потенциальный рельеф межатомного взаимодействия, а также различные позиционные и ориентационные параметры порядка. Динамические свойства — это вязкость, предел текучести, коэффициент трения, критическое сдвиговое напряжение и т.д.

Понимание прерывистого режима трения важно в трибологии, так как это одна из главных причин повреждения и износа трущихся частей различных механизмов. Однако прерывистый режим трения — обычное явление. Это причина таких звуков, как звук скрипки, скрипящей двери или гудения машин и т.п.

1.1.1. Методика эксперимента

Исследование свойств ультратонких слоев требует специального высокотехнологического оборудования, что связано с их молекулярными размерами. Однако, несмотря на сложность, существуют экспериментальные установки и соответствующие методики, позволяющие измерять толщину молекулярных слоев, их вязкость, коэффициент трения, сдвиговые компоненты вязких и упругих напряжений и т.д.

На рис. 1.1 схематически показана методика [1], с помощью которой измеряется скорость движения верхнего блока в режиме граничного трения. Нижняя поверх-

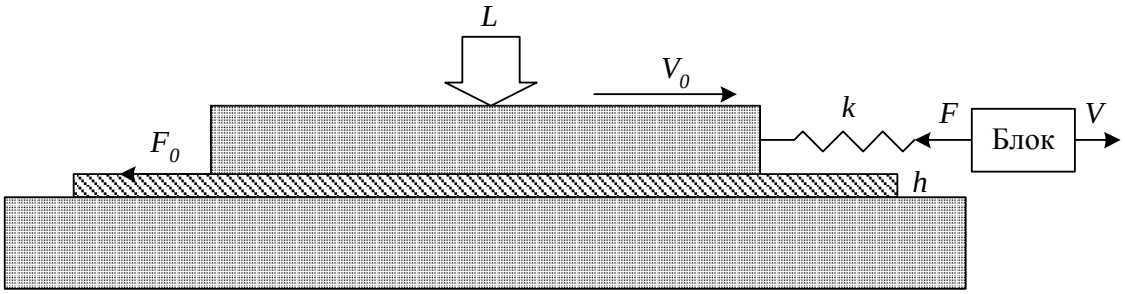

Рис. 1.1. Схематическое изображение методики эксперимента по исследованию режима граничного трения: L – нагрузка, F_0 – сила трения, V_0 – скорость верхнего блока, k – жесткость пружины, F – сила сжатия пружины, h – толщина смазки, V – скорость движущего блока [1].

ность трения жестко закреплена, верхняя может приводиться в движение с помощью пружины, обладающей жесткостью k. К верхней поверхности приложена нормальная сила L, представляющая нагрузку. Между поверхностями находится исследуемая молекулярно-тонкая смазка толщиной h. Верхняя поверхность приводится в движение при помощи блока, который движется с постоянной скоростью V. Скорость верхней поверхности V_0 при установившемся режиме трения может не совпадать с V и постоянно меняться за счет динамического изменения режимов трения, при смене которых претерпевает изменения сила трения F_0.

Компьютерное моделирование методами молекулярной динамики показало [7], что тонкие слои смазки подвергаются фазовым переходам первого рода между твердоподобным и жидкоподобным состояниями во время скольжения. Было предположено, что эти процессы и являются причиной наблюдаемого прерывистого режима плавления простых изотропных жидкостей между двумя твердыми гладкими поверхностями. Согласно этой интерпретации, прерывистый режим возникает вследствие резкого изменения свойств слоя смазки при фазовом переходе, а не из-за постепенного или непрерывного изменения этих свойств. Так как прерывистое движение наблюдается и в экспериментах при неизменной температуре поверхностей трения, для его объяснения вводится концепция “сдвигового плавления” [8], которая схематически показана на рисунке 1.2. Этот рисунок объясняет

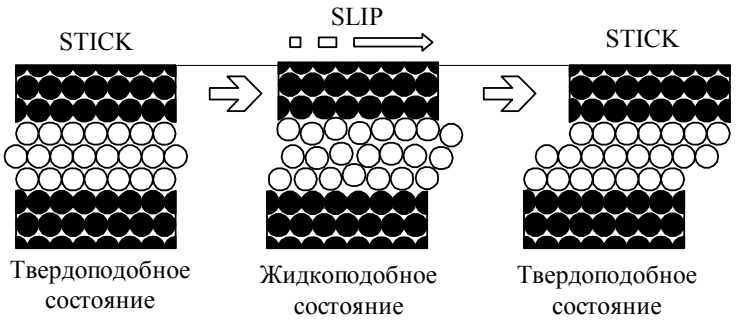

Рис. 1.2. Схематическая реализация прерывистого режима трения ($stick - slip$ режим) [1].

прерывистый ($stick - slip$) режим. Сначала смазка твердоподобная ($stick$), затем при превышении некоторого критического напряжения σ (напряжение текучести) она резко переходит в жидкоподобную фазу ($slip$) за счет разупорядочения, при этом верхняя поверхность немного приподнимается. С дальнейшим движением за счет сдавливания стенок под воздействием нагрузки L (см. рис. 1.1) смазка снова затвердевает ($stick$). Следует отметить, что эти два состояния тонкого слоя смазки не являются такими же, как истинно жидкие или твердые фазы. Поэтому говорят о твердоподобной и жидкоподобной фазах, а не о твердом теле или жидкости. Такие фазы могут возникать только в ультратонких слоях, свойства которых определяются их взаимодействием с поверхностными атомами трущихся тел.

В случае более сложных полимерных цепных молекул многочисленные эксперименты показали [1], что смазки не могут затвердевать даже в очень тонких слоях из-за их невозможности стать упорядоченными. Но они демонстрируют сложные реологические свойства, включая утончение при сдвиге, которое может также привести к прерывистому режиму.

Самый простой способ измерения динамических параметров смазки при трении между двумя твердыми поверхностями — использование двух атомарно-гладких поверхностей небольшого размера, наклеенных на сферические или цилиндрические поверхности, которые трутся между собой. Этот принцип использован при построении таких экспериментальных установок, как аппарат поверхностных сил (в англоязычной терминологии — surface force apparatus (SFA)) и атомно-силовой микроскоп (atomic force microscope (AFM)) [40–42].

В обзоре [40] описаны два типа аппаратов поверхностных сил (SFA Mk II и SFA Mk III). Последний из них обладает улучшенной системой регулировки расстояния между исследуемыми трущимися поверхностями. Схема SFA Mk III приведена на рис. 1.3. Здесь микрометр M_1, дифференциальный микрометр M_2, дифференци-

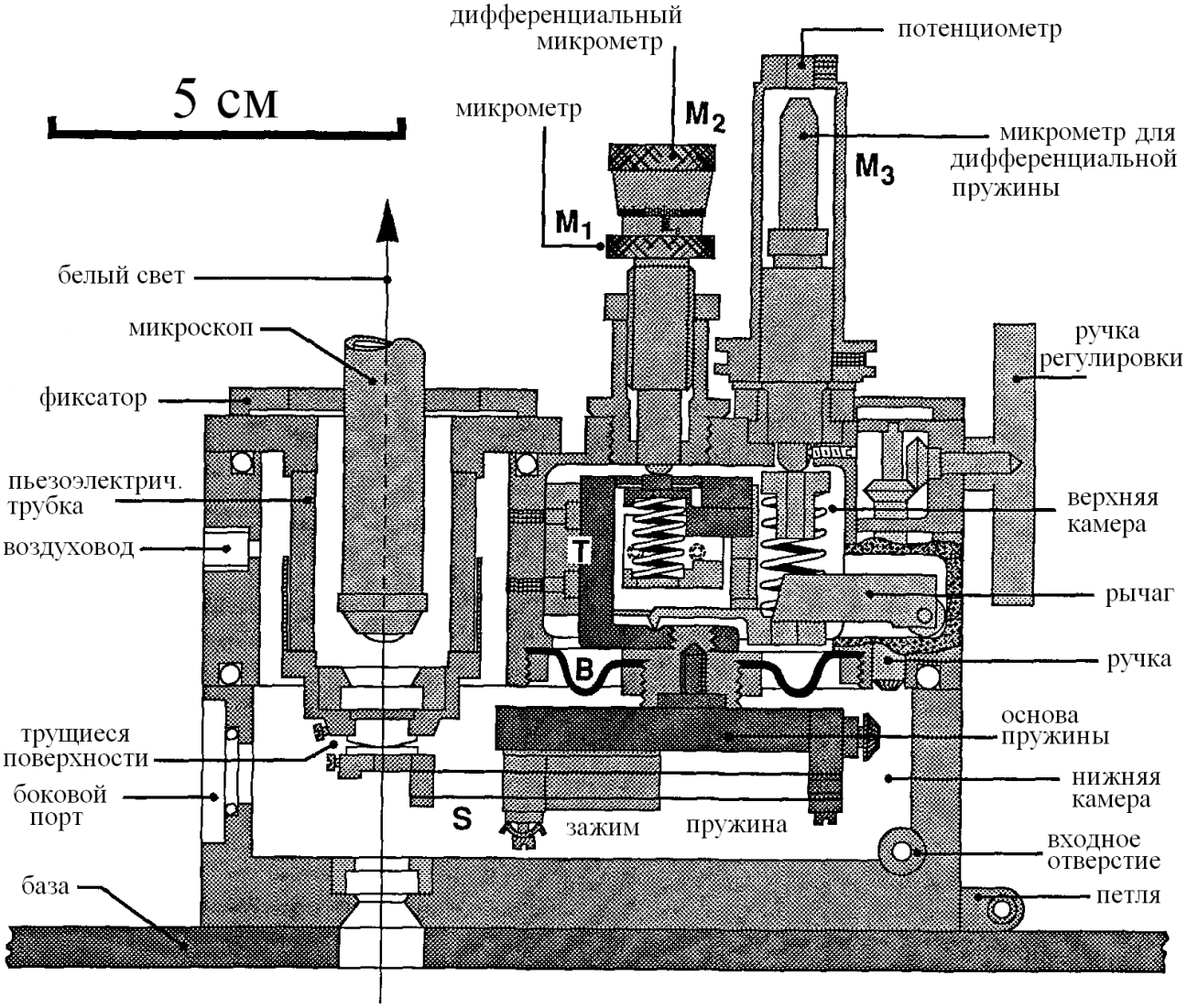

Рис. 1.3. Установка SFA Mk III для измерения сил между двумя молекулярно-гладкими поверхностями [40].

альная пружина M_3 и пьезоэлектрическая трубка представляют контрольные элементы. Для измерения расстояния между трущимися поверхностями используются оптические интерференционные методики. При этом белый свет проходит через взаимодействующие поверхности в перпендикулярном к ним направлении. Прошедший луч света фокусируется на спектрометре, который разделяет его в различных длинах волн. В результате образуется спектр цветных полос, анализ которого

позволяет определить форму трущихся поверхностей и расстояние между ними (в пределах 1 Å). Также можно определить площадь контакта (с точностью до $\pm 5\%$). С помощью аппарата поверхностных сил можно измерять нормальные и сдвиговые компоненты действующих сил (с точностью до $\pm 1\%$) и величину приложенной нагрузки (с точностью до $\pm 5\%$).

Нижняя камера, в которой находятся слюдяные трущиеся поверхности, полностью заполнена жидкой исследуемой смазкой. При этом она не выдавливается из-под поверхностей трения под действием нагрузки, что облегчает эксперимент. Верхняя камера герметично отделена от нижней тефлоновыми вставками B. С помощью указанных методик проводились эксперименты с атомарно-гладкими поверхностями из слюды [43–45], кварца [46] и сапфира [47]. Роль смазок при этом играли полимерные цепочки [48], поверхностно-активные вещества [41,49], протеиновые составы [50] и металлические слои, осажденные на слюду [51]. В следующем пункте приведены экспериментальные зависимости, полученные в результате подобных исследований.

1.1.2. Экспериментальные зависимости

Рассмотрим экспериментальные зависимости, которые получены с помощью аппарата поверхностных сил. На верхней панели рис. 1.4 показана типичная зависимость для смазочного слоя гексадекана толщиной ~ 10 Å. В этом эксперименте сдвиговая скорость и температура были постоянны и меньше критических значений V_c и T_c соответственно. Если $V > V_c$ или $T > T_c$, то прерывистый режим ($stick - slip$) не реализуется, а устанавливается устойчивое жидкостное трение. Как видно из рисунка, на начальном этапе сила трения F монотонно растет, а затем наступает режим прерывистого трения. Здесь F_s – статическая сила трения, соответствующая твердоподобной упорядоченной смазке (когда поверхности трения "прилипают" друг к другу), а F_k – кинетическая сила трения, которая соответствует жидкоподобной смазке и режиму скольжения. На нижней панели рисунка

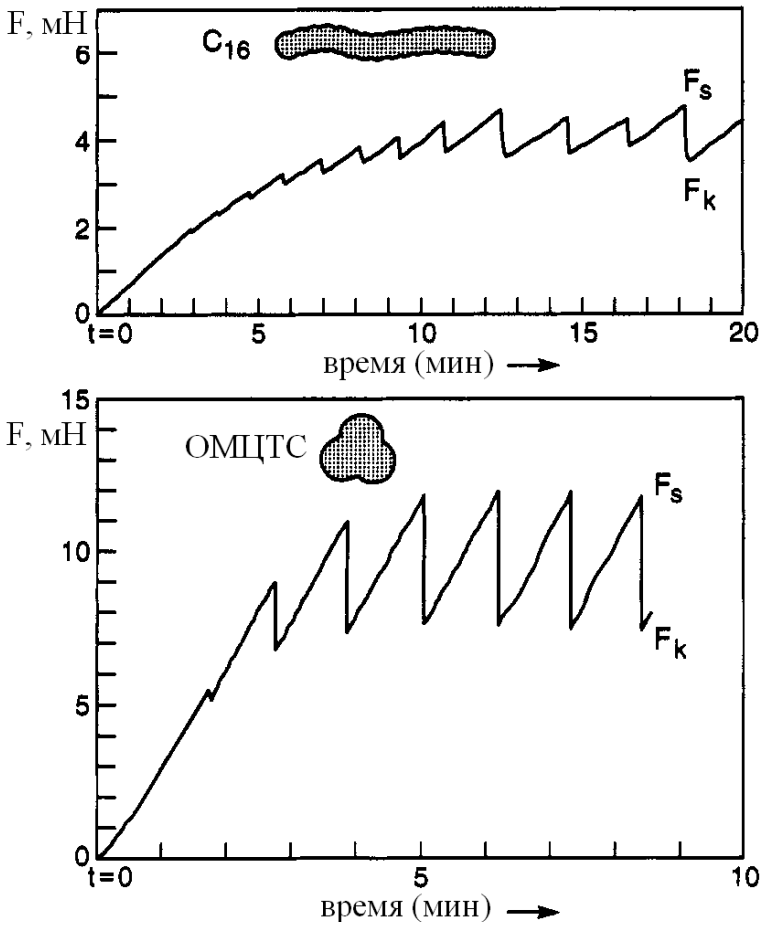

Рис. 1.4. Зависимость полной силы трения от времени в эксперименте по трению двух атомарно-гладких поверхностей в аппарате поверхностных сил при начале движения в момент времени $t = 0$: верхняя панель – слой смазки состоит из цепных молекул гексадекана; нижняя панель – слой состоит из квази-сферических молекул октаметилциклотетрасилоксана (ОМЦТС) [1].

приведены результаты эксперимента для сферических молекул ОМЦТС. Из сравнения рисунков видно, что для упорядочения цепных молекул необходимо большее время, чем для сферических. Также следует отметить, что в случае сферических молекул установившийся $stick - slip$ режим более стационарен (значения F_s и F_k не изменяются с течением времени).

Довольно большие величины времен релаксации для цепных молекул являются причиной возникновения "эффектов памяти". Если в ходе эксперимента трущиеся поверхности остановить на время t_s, а затем продолжить скольжение в том же направлении и с такой же скоростью, то для установления стационарного режима потребуется время, величина которого будет зависеть от t_s. Однако, в некоторых

случаях стационарный режим будет достигнут немедленно, как это показано на рисунке 1.5, который раскрывает ряд особенностей. Для вязких жидкостей выполня-

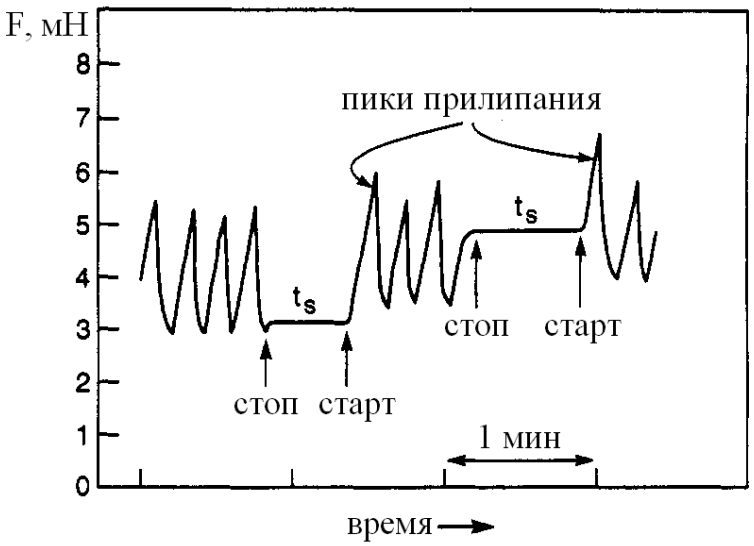

Рис. 1.5. Реализация стационарного прерывистого движения, устанавливающегося после короткой остановки для слоя гексадекана [1].

ется закон вязкого течения

$$\sigma = \eta\dot{\varepsilon}, \tag{1.1}$$

где σ – напряжение, под действием которого смазка течет, η – вязкость, ε – деформация, производная от которой связывается со скоростью движения. При остановке поверхностей трения ($\dot{\varepsilon} = 0$) согласно (1.1) напряжения должны мгновенно релаксировать к нулю. Однако, как видно на рис. 1.5, такой релаксации не происходит, так как после остановки продолжительностью t_s при последующем движении реализуется установившийся режим прерывистого трения. Если бы напряжения быстро релаксировали, то после такой остановки прерывистому режиму должно было предшествовать монотонное увеличение силы трения, как это показано на рис. 1.4. Такая особенность выполняется только для ультратонких слоев и связана с тем, что смазка во время положения покоя поверхностей трения остается зажатой между поверхностями в том состоянии, в котором система находилась перед остановкой. Следовательно, при температурах, при которых объемные смазки ведут себя как жидкости, ультратонкие пленки смазки могут вести себя как твердые

тела.

Рисунок 1.6 демонстрирует эффект критической температуры при переменном нагружении. На рис. 1.6а температура меньше критической и реализуется режим

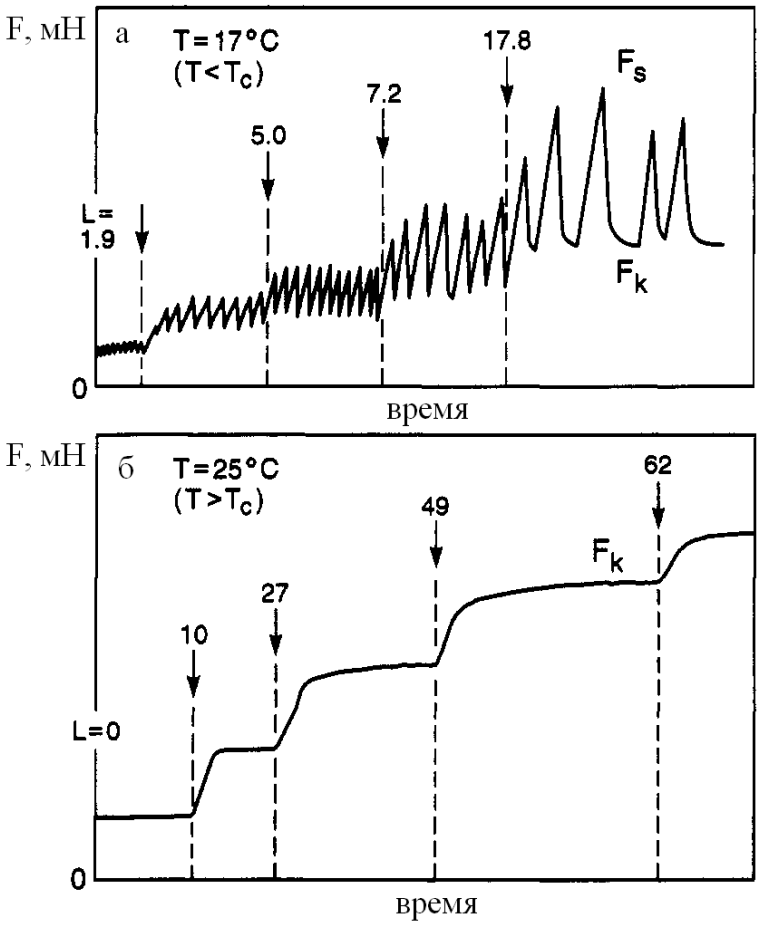

Рис. 1.6. Временна́я зависимость силы трения F при изменениях нагрузки L (в единицах мН, показаны стрелками) для двух слюдяных поверхностей, разделенных $\sim 12\,\text{Å}$ слоем гексадекана и скользящих с фиксированной скоростью $V = 0.4$ мкм/с: а $- T = 17^{\circ}\text{C}$ $(T < T_c)$; б $- T = 25^{\circ}\text{C}$ $(T > T_c)$ [1].

прерывистого трения. С увеличением температуры статическая сила трения будет уменьшаться, а затем при некоторой критической температуре T_c прерывистость исчезнет полностью и установится жидкоподобное трение, характеризуемое кинетической силой трения F_k (см. рис. 1.6б). Для $\sim 12\,\text{Å}$ слоя гексадекана между слюдяными поверхностями критическая температура T_c составила 25°C, что отличается от температуры плавления гексадекана, равной всего 7°C. Как оказалось, T_c очень слабо зависит от величины нагружения и скорости скольжения. Однако,

экспериментальные результаты однозначно указывают на то, что T_c сильно зависит от числа молекулярных слоев между поверхностями трения.

На рисунке 1.7 приведена измеряемая сила трения F при постепенном увеличении сдвиговой скорости V с течением времени. Видно, что с увеличением V частота

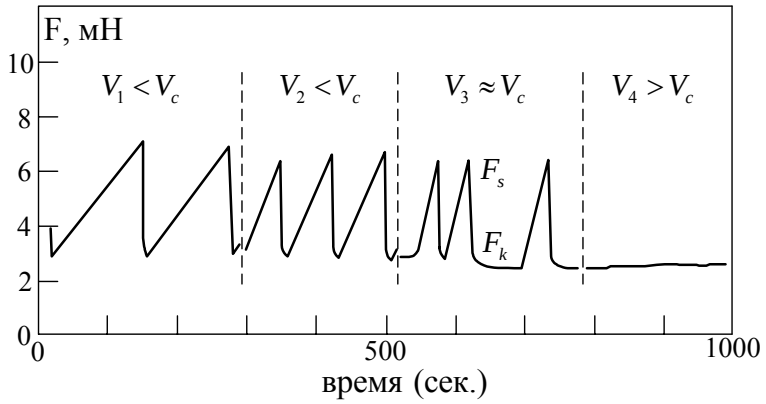

Рис. 1.7. Временна́я эволюция силы трения F для слоя гексадекана при температуре 17°C ($T < T_c$) с увеличением скорости скольжения V. Выше значения критической скорости $V_c \approx 0.4$ мкм/с наступает кинетический режим скольжения [1].

прерывистого режима растет, в то время как амплитуда $\Delta F = F_s - F_k$ остается неизменной. При $V \approx V_c$ прерывистый режим становится неустойчивым и может чередоваться с режимом скольжения (в области $V \approx V_c$ на рисунке виден кинетический участок $F = F_k$). При превышении критической скорости $V > V_c$ прерывистость исчезает, и наступает кинетический режим жидкостного трения, который характеризуется постоянным минимальным значением силы трения F_k. Основываясь на компьютерном моделировании, Роббинс и Томпсон предложили выражение для расчета величины критической скорости [52, 53]:

$$V_c \approx C\sqrt{F_s \delta / M}, \tag{1.2}$$

где $C \approx 0.1$, δ – диаметр молекулы, M – масса верхней трущейся поверхности. Рассчитанная по формуле (1.2) критическая скорость для случая, показанного на рис. 1.7, составляет 0.3 мкм/с, что близко к экспериментально найденному значению 0.4 мкм/с. С увеличением приложенной нагрузки критическая скорость для гексадекана уменьшалась, а для ОМЦТС увеличивалась [1]. Это свидетельствует

о том, что поведение исследуемой системы сильно зависит от конкретного используемого типа смазки. Для разных смазок могут наблюдаться различные эффекты.

1.1.3. Новая карта трения

На рисунке 1.8 приведена кривая Страйбека, которая широко используется в трибологии для представления известных режимов трения для тонких слоев смазок. На этой кривой сила трения F представлена как функция аргумента $A\eta_b V/h$,

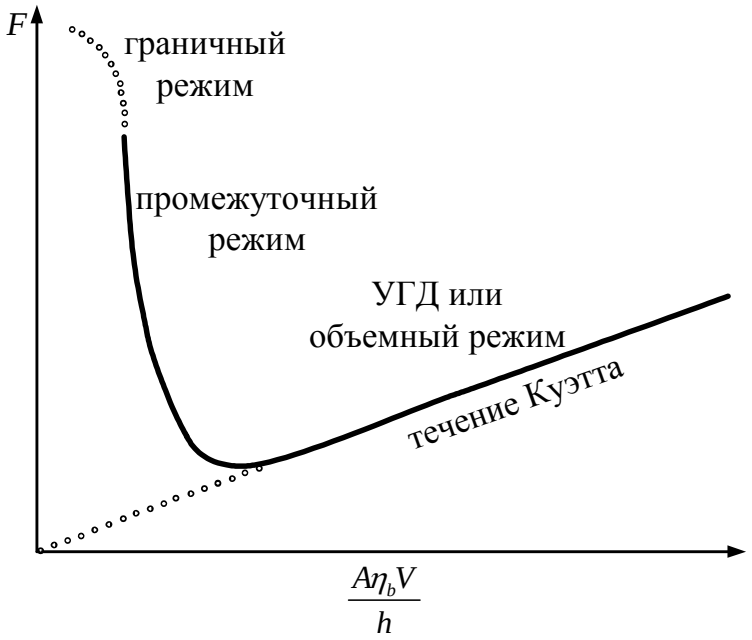

Рис. 1.8. Традиционная кривая Страйбека, на которой сплошная линия показывает как сила трения смазочного материала зависит от экспериментальных параметров (УГД – упругогидродинамический режим)[54].

где A – площадь контакта, η_b – объемная вязкость смазочного материала, h – толщина смазки. По традиционной схеме сплошная кривая на рисунке показывает силу трения F, причем возникающие механические напряжения определяются стандартным образом $\sigma = F/A$, а скорость сдвиговой деформации $\dot{\varepsilon} \equiv V/h$. Для тонких слоев, поведение которых отличается от объемных смазок, сила трения дается классическим уравнением для течения Куэтта:

$$F = AV\eta_b/h = A\eta_b\dot{\varepsilon},$$
$$\sigma = F/A = V\eta_b/h = \dot{\varepsilon}\eta_b. \tag{1.3}$$

Диаграмму на рис. 1.8 можно объяснить следующим образом. При нулевой скорости $V = 0$ (начало координат) мы имеем контакт твердых тел, реализуется статическое трение. С повышением скорости оно заменяется сухим (граничным) трением. При дальнейшем возрастании V в зазор между поверхностями трения наносится смазочный материал и возникает трение поверхностей, обработанных смазочным материалом. Когда и смазочный материал, и контакт твердых тел участвуют в трении, такой вид трения называется "смешанным трением". При еще большем увеличении скорости происходит увеличение количества смазочного материала, помещенного в зазор, и происходит уменьшение вклада контакта поверхностей за счет увеличения поддерживающего гидродинамического давления. Сила трения при этом падает, поверхности становятся "подвешенными". Точка с минимальным коэффициентом трения (граничная точка) является переходом между смешанным трением и жидкостным (гидродинамическое трение), т.е. контакт твердых тел исчезает и происходит полное разделение поверхностей смазочным материалом.

Сила трения, возрастающая после прохождения граничной точки, относится к вязкому трению. Она возрастает вместе со скоростью. Потери на трение также обусловлены вязким трением, приводящим к повышению температуры составляющих частей. Вязкость уменьшается при повышении температуры. С другой стороны, вязкое трение уменьшается при снижении вязкости, так что постоянное воздействие приводит к снижению коэффициента трения (на рисунке этот участок не показан). После непрерывной работы трущихся поверхностей в течение длительного времени установится тепловой баланс между выделением тепла за счет трения и тепловыми потерями составляющих элементов (теплопроводность поверхности материала и конвективная теплопередача смазочного материала), поэтому возникает постоянный коэффициент трения.

Граничный режим трения (который далее рассматривается в данной работе) приводит к множеству эффектов (см. предыдущий пункт), однако они никак не отображены на диаграмме Страйбека (рис. 1.8). Поэтому для учета перечисленных эффектов была предложена новая карта трения [54], согласующаяся с имеющи-

мися экспериментальными данными [1, 40–51]. Эта карта, показанная на рис. 1.9, представляет обобщенную диаграмму Страйбека[1]. С увеличением нагрузки L нью-

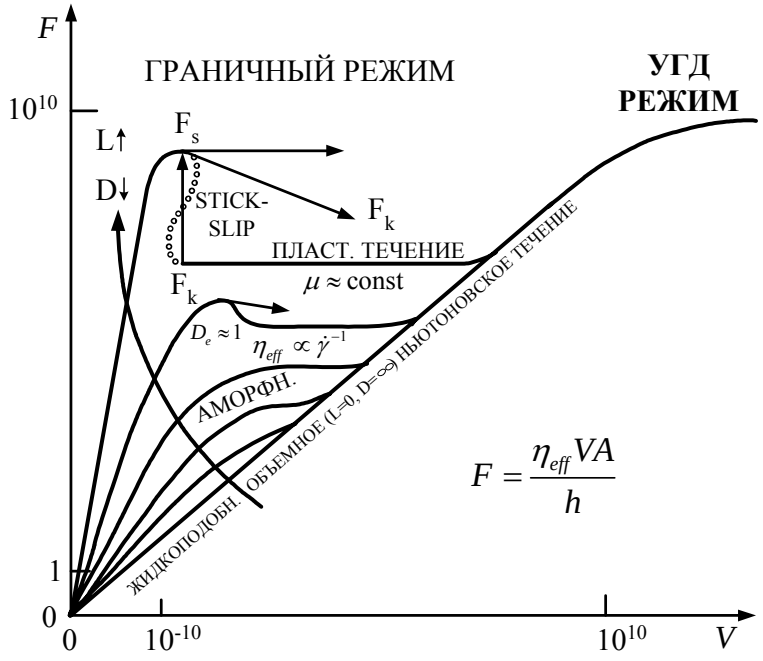

Рис. 1.9. Новая карта трения, раскрывающая особенности граничного режима [54].

тоновское течение вязкой жидкости в упруго-гидродинамическом режиме переходит в граничный режим. При больших нагрузках L и малых толщинах h смазки сила трения имеет максимум (статическое трение F_s). Если теперь повысить скорость, установится прерывистый ($stick - slip$) режим, а дальнейшее возрастание V приведет к постоянному значению коэффициента трения μ, не зависящему от величины скорости, и, соответственно, к постоянной кинетической силе трения F_k.

Неньютоновское сдвиговое утончение наблюдается при более малой нагрузке и большей толщине пленки смазки. Сила трения проходит через максимум в точке, где число Дебора $\mathcal{D}_e \sim 1$ ($\mathcal{D}_e$ — отношение времени естественной релаксации граничного слоя смазки к времени, которое необходимо для прохождения системой характеристического $slip - stick$ расстояния [1, 55]). При малых скоростях движение может быть ньютоновским даже для больших значений приложенной нагрузки, но только при очень больших величинах эффективной вязкости η_{eff}. Скорость

[1] Здесь эффективная вязкость $\eta_{eff} = Fh/AV$ не совпадает с объемной и может быть найдена только экспериментально, причем она уже не является константой, а зависит от скорости сдвиговой деформации $\dot{\varepsilon}$.

скольжения V измерена в произвольных единицах и значения 10^{-10}, 10^{10} условно показывают большой диапазон.

1.2. Теоретические модели описания граничного режима трения

1.2.1. Механистическая модель

Для описания экспериментальных зависимостей, полученных в [1], была предложена феноменологическая модель [56], которая исходит из уравнения, описывающего движение верхнего блока трущейся системы, приведенной на рис. 1.1 вида

$$m\ddot{U} = -k(U - Vt) - F_0. \tag{1.4}$$

Это уравнение движения для верхней сдвиговой поверхности в форме второго закона Ньютона, где m – масса сдвиговой поверхности, U – смещение поверхности, $F = -k(U - Vt)$ – сила натяжения пружины, F_0 – сила трения.

В случае трения двух твердых поверхностей F_0 будет зависеть от скорости $\dot{U}$ и состояния системы θ. Под θ понимается степень расплавленности смазки (в случае сухого трения параметр состояния θ сопоставляется с характерным временем, необходимым для установления новых микроскопических состояний). С учетом этого запишем выражение для силы трения

$$F_0 = \theta + \beta\dot{U}, \tag{1.5}$$

где эволюция параметра состояния задается уравнением

$$\dot{\theta} = \frac{(\theta - \theta_{min})(\theta_{max} - \theta)}{\tau} - \alpha(\theta - \theta_{min})\dot{U}. \tag{1.6}$$

Параметр θ может принимать значения от θ_{min} до θ_{max}, что соответствует расплавленному и замерзшему состояниям смазки. Сила трения F_0 принимает максимальное значение при статическом трении, когда $\dot{U} = 0$. При реализации динамического трения ($\dot{U} \geq 0$) значение F_0 уменьшается. Если происходит движение блока

в другую сторону ($\dot{U} < 0$), то в (1.6) следует брать $\dot{U}$ по абсолютной величине и определять силу трения как

$$F_0^{\pm} = \pm\theta + \beta\dot{U}. \tag{1.7}$$

Здесь F_0^+ соответствует динамическому трению при $\dot{U} > 0$, а F_0^- – динамическому трению при $\dot{U} < 0$. Параметр $\pm\theta$ соответствует при разных знаках верхнему и нижнему пределу статического трения.

Сила трения F_0 зависит от степени расплавленности θ и относительной скорости поверхностей $\dot{U}$. Уравнение (1.5) выражает простейшую зависимость, где оба эти вклада учтены линейным образом. Параметр β в этом уравнении представляет вязкость. При $\dot{U} = 0$, $F_0 = \theta$ – максимальное значение при статическом трении.

Параметр состояния θ должен быть зависимым от времени (уравнение (1.6)), но быть заключенным в отрезке $\theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max}$, что соответствует пределам динамического и статического трения. Первое слагаемое в правой части (1.6) описывает поведение, когда система покоится ($\dot{U} = 0$). Уравнение построено таким образом, что состояние $\theta = \theta_{min}$, соответствующее жидкостному трению, является неустойчивым. Состояние $\theta = \theta_{max}$ является устойчивым и при покое система релаксирует к нему со временем релаксации τ^{-1}. Это связано с тем, что многочисленные эксперименты [1] показали, что для реализации $stick - slip$ режима необходимо, чтобы смазка при $\dot{U} = 0$ была твердоподобна. Второе слагаемое в правой части (1.6) введено для описания тенденции плавления смазки за счет сдвига поверхностей трения. Параметр $1/\alpha$ играет роль характеристической длины плавления (время прилипания, за которое происходит плавление). Совместно уравнения (1.5) и (1.6) представляют простую модель, которая качественно учитывает экспериментально найденные эффекты при плавлении тонких пленок смазок.

Для обезразмеривания полученных соотношений следует воспользоваться следующими связями: $\theta' = (\theta - \theta_{min})/(\theta_{max} - \theta_{min})$, где $\theta' = 0$ соответствует плавлению, а $\theta' = 1$ – замерзанию смазки; $t' = t/\sqrt{m/k}$; $U' = (k/\mathcal{J}_0)[U - (\theta_{min}/k)]$, $\mathcal{J}_0 = \theta_{max} - \theta_{min}$; $V' = V\sqrt{mk}/\mathcal{J}_0$; $\beta' = \beta/\sqrt{mk}$; $\tau' = \tau\sqrt{k/m}/\mathcal{J}_0$; $\alpha' = \alpha\mathcal{J}_0/k$.

Сделав замену в уравнениях и убрав штрихи, получим безразмерную систему

более упрощенного вида:

$$\ddot{U} = -(U - Vt) - F_0, \tag{1.8}$$

$$F = \begin{cases} (-\infty, \theta], & \dot{U} = 0, \\ \theta + \beta\dot{U}, & \dot{U} > 0, \end{cases} \tag{1.9}$$

$$\dot{\theta} = \frac{\theta(1-\theta)}{\tau} - \alpha\theta\dot{U}. \tag{1.10}$$

Варьируя параметры этой системы можно описывать различные эффекты. Например, рисунок 1.10, который получен при численном анализе последней, показывает переход от режима $stick - slip$ к устойчивому скольжению при превышении критической скорости V_c. На этом рисунке приведена зависимость силы натяжения

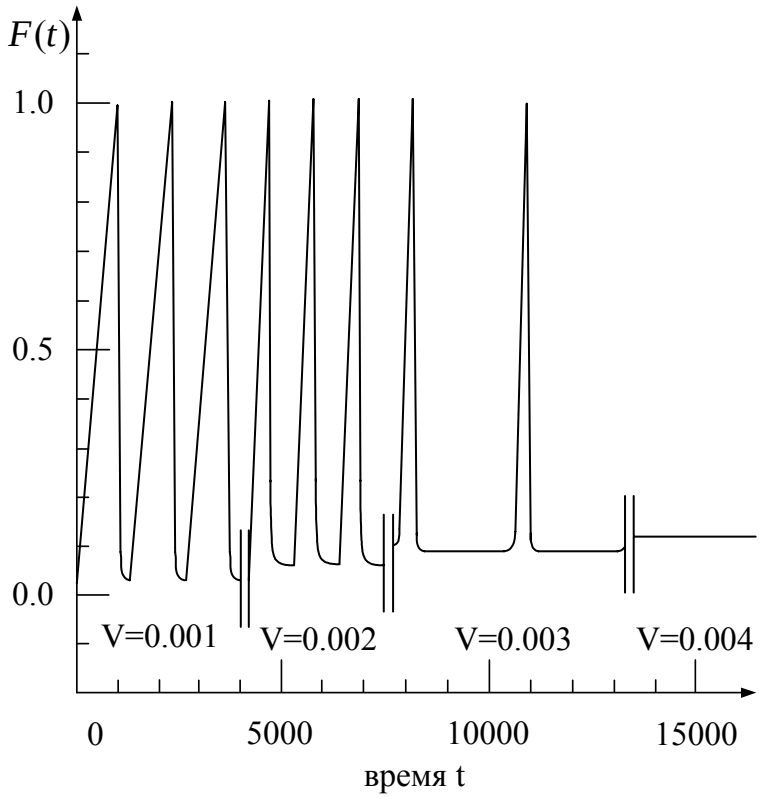

Рис. 1.10. Численное решение уравнений (1.8)–(1.10) при параметрах $\alpha = 30$, $\tau = 10$, $\beta = 30$, $V_c = 0.0033$ [56].

пружины $F = -k(U - Vt)$ от времени, которая по поведению аналогична экспериментальной зависимости [1] (см. рис. 1.7). Для получения зависимости на рис. 1.10 использовалось большое значение вязкости $\beta = 30$. При $\beta < 2$ модель дает возможность получить длинный промежуток, на котором смазка жидкоподобна. Од-

нако, стоит отметить, что модель основывается на детерминистическом подходе, который при заданных параметрах дает однозначную зависимость силы трения от времени, чего никогда не наблюдается в реальных экспериментах. Поэтому для большей достоверности следует проводить учет стохастических эффектов.

1.2.2. Термодинамическая модель

Механистическая модель, кратко изложенная в пункте 1.2.1, хорошо согласуется с экспериментальными данными, однако при этом не учитывает такие параметры как температура, деформация, возникающие в смазке напряжения и т.д. Уравнения этой модели являются феноменологическими и полностью строятся, исходя из экспериментальных данных, не объясняя причин аномального поведения трибологических систем при граничном трении.

В работе [4] предложена термодинамическая теория плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между двумя твердыми поверхностями. Эта модель является более полноценной и позволяет ответить на ряд поставленных вопросов. Приведем здесь кратко ее основные положения.

Для начала необходимо определить параметр порядка, который будет различать твердоподобное и жидкоподобное состояния смазки. Как параметр порядка можно выбрать амплитуду периодической части микроскопической функции плотности среды. В жидкоподобном состоянии такой параметр равен нулю, так как среда однородна. В твердоподобном (кристаллическом) состоянии функция плотности будет иметь ненулевую периодическую компоненту за счет наличия кристаллической решетки и параметр порядка примет ненулевое значение. При таком определении модуль сдвига смазки μ будет пропорционален квадрату параметра порядка

$$\mu = \varphi^2. \tag{1.11}$$

Используя разложение по степеням параметра порядка, плотность свободной энергии запишется в виде

$$f = \alpha(T - T_c)\varphi^2 + \frac{b}{2}\varphi^4 + \frac{1}{2}\varphi^2\varepsilon_{el}^2 + \frac{g}{2}(\nabla\varphi)^2. \tag{1.12}$$

Здесь ε_{el} – упругая деформация, а член, ее содержащий, описывает вклад в свободную энергию упругой деформации. Последнее слагаемое учитывает пространственную неоднородность (разложение по степеням градиентов параметра порядка). Согласно (1.12), возникающие в слое смазки упругие напряжения определятся как

$$\sigma_{el} = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{el}} = \varphi^2 \varepsilon_{el} = \mu \varepsilon_{el}. \tag{1.13}$$

Первое слагаемое в (1.12) описывает температурный вклад, и в области температур $T < T_c$ оно отрицательно. Пусть система находится в ненапряженном состоянии ($\varepsilon_{el} = 0$), тогда, согласно выражению для свободной энергии, будет реализоваться стационарное состояние с модулем сдвига

$$\mu = \varphi^2 = \frac{\alpha(T_c - T)}{b} \neq 0. \tag{1.14}$$

Если теперь сдвигать верхнюю трущуюся поверхность, то будут возникать упругие напряжения и связанные с ними упругие деформации, уменьшая в стационарном состоянии модуль сдвига:

$$\mu = \varphi^2 = \frac{\alpha(T_c - T) - \varepsilon_{el}^2/2}{b}. \tag{1.15}$$

Из (1.15) видно, что при некоторой критической величине деформации

$$\varepsilon_{el,c} = \sqrt{2\alpha(T_c - T)} \tag{1.16}$$

модуль сдвига становится равным нулю, что означает исчезновение поперечной жесткости среды и, соответственно, плавление. Выражение (1.16) отображает концепцию сдвигового и термодинамического плавления, так как согласно ему существует критическое значение деформации (напряжений), при котором смазка плавится. С другой стороны, это критическое значение при повышении температуры до точки плавления $T = T_c$ можно обратить в ноль, что также приведет к плавлению.

Пластическую деформацию слоя смазки можно ввести как разность полной и упругой компонент:

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon - \varepsilon_{el}. \tag{1.17}$$

Согласно закону вязкого течения, при изменении пластической деформации в слое смазки появляются вязкие напряжения (ср. с (1.1))

$$\sigma_v = \eta \dot{\varepsilon}_{pl}. \tag{1.18}$$

Полное напряжение при этом определится как сумма компонент

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v. \tag{1.19}$$

Следует отметить, что даже в упругом состоянии возможно пластическое течение за счет термоактивированного зарождения дефектов, энергия которых U_0 обратно пропорциональна действующему напряжению

$$U_0 = \frac{A(T)}{\sigma}. \tag{1.20}$$

С преодолением этого барьера скорость движения дислокаций увеличивается, так как она уже определяется вязким трением. Из выражения (1.20) следует, что с повышением напряжений потенциальный барьер U_0 снижается, и смазка становится более жидкой (эффект сдвигового плавления). При критической температуре T_c коэффициент $A(T)$ обращается в ноль, и наступает полное плавление слоя смазки (термодинамическое плавление).

В работе [4] приведенные выражения используются для исследования кинетики установления стационарных состояний, устойчивости режима скольжения и т.д.

1.2.3. Реологическая модель

В работах [27, 57] на основе реологического описания вязкоупругой среды, обладающей теплопроводностью, получена система кинетических уравнений, которые определяют взаимно согласованное поведение сдвиговых напряжений σ и деформации ε, а также температуры T в ультратонкой пленке смазки в процессе трения между атомарно-гладкими слюдяными поверхностями. Основное предположение использованного подхода состояло в том, что релаксационное уравнение для σ имеет вид

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + G\varepsilon. \tag{1.21}$$

Здесь первое слагаемое в правой части описывает дебаевскую релаксацию в течение времени $\tau_\sigma \equiv \eta_\sigma/G$, определяемого значениями эффективной вязкости η_σ и нерелаксированного модуля сдвига $G{\equiv}G(\omega)|_{\omega\to\infty}$ (ω — круговая частота периодического внешнего воздействия). Путем замены ε/τ_σ на $\partial\varepsilon/\partial t$ кинетическое уравнение (1.21) сводится к соотношению типа Максвелла для описания вязкоупругой среды, широко используемому в теории граничного трения [58]:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\tau_\sigma} + G\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}. \tag{1.22}$$

В стационарном случае $\dot\sigma = 0$ (1.21) приводит к закону Гука $\sigma = G\varepsilon$.

Релаксационное поведение вязкоупругой смазки в процессе трения описывается также уравнением Кельвина-Фойгта [11]

$$\dot\varepsilon = -\varepsilon/\tau_\varepsilon + \sigma/\eta, \tag{1.23}$$

где τ_ε — время релаксации деформации, η — сдвиговая вязкость. Второе слагаемое в правой части описывает течение вязкой жидкости под действием сдвиговой компоненты напряжений. В стационарном случае $\dot\varepsilon = 0$ получаем выражение, подобное закону Гука $\sigma = G_\varepsilon\varepsilon$, где $G_\varepsilon{\equiv}\eta/\tau_\varepsilon{\equiv}G(\omega)|_{\omega\to0}$ — релаксированное значение модуля сдвига. Поскольку формально уравнение (1.21) не сводится к уравнению Кельвина-Фойгта (1.23) [11, 17], в работе предполагается, что эффективная вязкость $\eta_\sigma{\equiv}\tau_\sigma G$ не совпадает с действительной η. Кроме того, примем простейшие приближения для температурных зависимостей: $G_\varepsilon(T)$, $G(T)$, $\eta_\sigma(T)$=const,

$$\eta = \frac{\eta_0}{T/T_c - 1}, \tag{1.24}$$

где η_0 – характерное значение сдвиговой вязкости η при $T = 2T_c$. Это обусловлено тем, что величины G_ε, G, η_σ зависят от температуры очень слабо, в то время как действительная вязкость η расходится при уменьшении температуры до критического значения T_c [59,60]. Совместно уравнения (1.21), (1.23), (1.24) представляют новую реологическую модель. Реологические свойства пленок смазки исследуются экспериментально, что позволяет построить фазовую диаграмму [1].

Согласно синергетической концепции [12, 25], для дополнения системы уравнений (1.21), (1.23), которые содержат параметр порядка σ, сопряженное поле ε и управляющий параметр T, необходимо получить кинетическое уравнение для температуры. Его можно вывести, используя основные соотношения теории упругости [17]. Будем исходить из выражения, связывающего производные по времени от энтропии S и внутренней энергии U с равновесным упругим напряжением σ_{el}

$$T\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} - \sigma_{el}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} \tag{1.25}$$

(в равновесии изменение количества тепла $\delta Q = T\mathrm{d}S$). В неравновесном случае неоднородного нагрева среды эта связь принимает вид:

$$-\mathrm{div}\ \mathbf{q} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} - \sigma\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}. \tag{1.26}$$

Здесь поток тепла дается соотношением Онзагера

$$\mathbf{q} = -\kappa\nabla T, \tag{1.27}$$

где κ — коэффициент теплопроводности и полное напряжение $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v$ включает также вязкую составляющую σ_v. Вычитая (1.26) из (1.25), учитывая выражение

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial S}{\partial U}\left(\frac{\partial U}{\mathrm{d}t}\right)_{\varepsilon}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial S}{\partial U}\frac{\partial U}{\partial \varepsilon}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\partial S}{\partial \varepsilon}\right)_{U}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\rho c_v}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial \varepsilon}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} - \frac{\sigma_{el}}{T}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} \tag{1.28}$$

и предполагая, что слой смазки и атомарно-гладкие поверхности слюды имеют различные температуры T и T_e соответственно, получаем:

$$\rho c_v \dot{T} = \frac{\kappa}{l^2}(T_e - T) + \sigma_v\dot{\varepsilon} + T\frac{\partial \sigma_{el}}{\partial T}\dot{\varepsilon}. \tag{1.29}$$

Здесь ρ — плотность смазки, c_v — удельная теплоемкость, l — масштаб теплопроводности и использованы равенства $(\kappa/l^2)(T_e - T) \approx -\mathrm{div}\,\mathbf{q}$ и $\partial U/\partial\varepsilon = \sigma_{el} - T\partial\sigma_{el}/\partial T$. Первое слагаемое в правой части (1.29) описывает передачу тепла от слоя смазки к поверхностям трения. Второе слагаемое учитывает диссипативный разогрев вязкой жидкости, текущей под действием напряжений [61]. Третье слагаемое представляет источник тепла, обусловленный обратимым механокалорическим эффектом, для которого в линейном приближении $T(\partial\sigma_{el}/\partial T)\dot{\varepsilon} \approx$

$\sigma_{el}\dot{\varepsilon}$. В результате уравнение теплопроводности принимает вид

$$\rho c_v \dot{T} = \frac{\kappa}{l^2}(T_e - T) + \sigma\dot{\varepsilon}. \tag{1.30}$$

Теперь система уравнений (1.21), (1.23), (1.30) является полной и при этом имеет три степени свободы, что позволяет при ее анализе описывать нетривиальное поведение при плавлении тонкой пленки смазки [12].

1.3. Метод интенсивной пластической деформации

Одним из перспективных способов получения мелкозернистых материалов с размером зерна менее 100 нм является интенсивная пластическая деформация (ИПД) [62–64]. При больших величинах деформаций в образцах (как правило металлических) формируется фрагментированная структура, которая сохраняет остаточные признаки аморфного состояния.

Существует несколько методов ИПД: винтовая экструзия, кручение под квазигидростатическим давлением, равноканальное угловое прессование, прокатка, всесторонняя ковка и т.д. Особенностям винтовой экструзии посвящен обзор [9]. Во всех этих методах фрагментируемый образец подвергается многократной ИПД. Использование методов ИПД позволяет получить массивные образцы с практически беспористой структурой материала, что не удается другими методами получения наноструктурированных объемных материалов.

В процессе ИПД в материале образуется множество различных дефектных структур, которые эволюционируют в ходе деформации. Основная особенность материалов, сформированных при ИПД — наличие неравновесных границ зерен, служащих источником больших упругих напряжений. Следует отметить, что границы зерен содержат большое количество дислокаций. Причем плотность дислокаций внутри зерен гораздо меньше, чем на их границах. Дислокации создают дальнодействующие поля напряжений, и являются причиной избыточной энергии

границ зерен. Релаксации напряжений и установления равновесного состояния границ зерен можно добиться с помощью отжига деформированного материала.

Свойства фрагментированных образцов сильно отличаются от свойств поликристаллов [65]. Согласно соотношениям Холла-Петча

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \sigma_0 + k_y d^{-1/2}, \\ H_v &\approx H_0 + k d^{-1/2}, \end{aligned} \tag{1.31}$$

где σ_0 – внутреннее напряжение, препятствующее движению дислокаций, k_y, k, H_0 – постоянные, d – размер зерен, размер зерна оказывает сильное влияние на предел текучести σ_y и твердость H_v материалов. Однако, если деформация осуществляется диффузионным скольжением, то при небольшой температуре T/T_m (T_m – температура плавления) скорость деформации $\dot{\varepsilon}$ можно определить выражением [65]

$$\dot{\varepsilon} = \frac{B\sigma\Omega\delta D}{k_B T d^3}, \tag{1.32}$$

где B – коэффициент пропорциональности, σ – приложенное напряжение, Ω – атомный объем, δ – толщина границы зерна, D – коэффициент зернограничной диффузии, k_B – постоянная Больцмана.

Соотношения Холла-Петча (1.31) предсказывают упрочнение материала при уменьшении размера зерен d. Однако, согласно (1.32), при нанометровом размере зерен диффузионное скольжение становится существенным даже при комнатных температурах и при этом растет скорость деформации. Коэффициент зернограничной диффузии D также может возрастать с уменьшением размеров зерен. Таким образом, влияние размера зерен на прочностные свойства нанокристаллических материалов неоднозначно. В результате ИПД твердость материала может как увеличиваться [66], так и уменьшаться [67]. Характер изменения свойств при фрагментации сильно зависит от свойств используемого материала. Так, в [67] исследовались сплавы и падение прочностных характеристик с увеличением степени фрагментации было объяснено структурными изменениями в твердых растворах.

В связи с тем, что процессы, происходящие при ИПД, довольно сложны и нача-

ли исследоваться недавно, в настоящее время не существует содержательной теории, которая позволяет описать их полностью. Исследованием ИПД занимаются в основном экспериментаторы, что также говорит об отсутствии достаточного теоретического уровня описания. Существует теория [68], которая строится на обобщении экспериментальных данных, однако она не способна описать ряд эффектов: существование предельного состояния, когда размер зерен при последующих обработках перестает уменьшаться; влияния температуры на размер зерен и т.д. В связи с этим была разработана термодинамическая теория [10], которая позволяет качественно описать указанные эффекты. В диссертационной работе в разделе 5 рассматривается влияние шума на процесс ИПД в рамках этой теории.

1.4. Выводы

Согласно проведенному анализу литературных источников можно сделать следующие выводы.

1. Для описания эффектов, реализующихся при граничном трении, используется широкий набор моделей, которые строятся, исходя из разных принципов. На сегодняшний день не существует модели, которая описывала бы все наблюдаемые особенности поведения. Процесс граничного трения — сложное явление, что затрудняет построение микроскопической теории, следуя из первых принципов. Поэтому в данной диссертационной работе строится феноменологическая реологическая модель, которая позволяет описать экспериментально найденные эффекты.

2. Процесс ИПД на сегодняшний день с теоретических позиций изучен очень слабо, хотя и имеет большое прикладное значение. Любой новый подход к описанию этого процесса будет полезен для дальнейшего его изучения. До настоящего времени не проводился анализ влияния шума на процесс ИПД, что сделано в рамках настоящей работы.

3. Предлагаемое исследование актуально, поскольку при рассмотрении гранич-

ного режима трения намечены пути снижения трения, что позволит увеличить срок службы трущихся деталей. Исследование влияния шума на процесс ИПД позволяет определить несколько режимов, при которых формируются материалы с различными свойствами, и они могут быть использованы при решении конкретных технических задач. Прикладное значение полученных результатов обусловлено широким использованием исследуемых систем в современной технике.

4. Полученные в ходе работы результаты имеют также фундаментальное научное значение, так как позволяют продвинуться в понимании физики трения и ИПД. В случае ИПД предсказана возможность получения нескольких предельных структур. При исследовании граничного режима трения дано объяснение ряду эффектов (сдвигового и термодинамического плавления, эффектов памяти, гистерезисных явлений при плавлении, непрерывного и скачкообразного плавления и т.д.), которые наблюдались экспериментально.

РАЗДЕЛ 2

ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ УЛЬТРАТОНКОЙ ПЛЕНКИ СМАЗКИ

В этом разделе переход ультратонкой пленки смазки, зажатой между молекулярно-гладкими твердыми поверхностями, из твердоподобного в жидкоподобное состояние представлен как результат термодинамического и сдвигового плавления. Проведено совокупное аналитическое описание этих процессов, происходящих в результате самоорганизации полей сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки смазки. Проведен учет температурных зависимостей вязкости, описывающихся степенным соотношением и законом Фогеля-Фулчера. В результате найдены выражения для температуры плавления смазки.

Исследуется влияние деформационного дефекта модуля сдвига. Установлена возможность реализации скачкообразного и непрерывного плавления. Обнаружены три режима поведения смазки, которые отвечают нулевому сдвиговому напряжению, гуковскому участку диаграммы нагружения и участку пластического течения. Переходы между этими режимами могут происходить по механизму фазового превращения первого и второго рода. Описан гистерезис зависимостей стационарных напряжений от деформации и температуры поверхностей трения. Исследована фазовая кинетика системы. Показано, что соотношение времен релаксации исследуемых величин качественным образом влияет на характер установления стационарного режима.

Все особенности описаны в рамках детерминистического подхода, т.е. полагается, что на систему не действуют внешние либо внутренние стохастические источники. Исследованию влияния таких источников посвящены два последующих раздела.

2.1. Основные уравнения

В пункте 1.2.3 приведен вывод основных уравнений, которые анализируются в этом и последующих разделах. Для удобства уравнения (1.21), (1.23), (1.30) следует обезразмерить, что позволит сократить число рассматриваемых параметров. Введем единицы измерения для переменных σ, ε, T:

$$\sigma_s = \left(\frac{\rho c_v \eta_0 T_c}{\tau_T}\right)^{1/2}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{G_0} = \left(\frac{\tau_\varepsilon}{\tau_T}\right)^{1/2} \left(\frac{\rho c_v T_c \tau_\varepsilon}{\eta_0}\right)^{1/2}, \quad T_c, \tag{2.1}$$

где $G_0 \equiv \eta_0/\tau_\varepsilon$ – характерное значение модуля сдвига, $\tau_T \equiv \rho l^2 c_v/\kappa$ — время теплопроводности. Тогда, после подстановки в (1.30) производной $\dot{\varepsilon}$, выраженной по преобразованной формуле (1.23), уравнения (1.21), (1.23), (1.30) принимают вид:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \tag{2.2}$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T-1)\sigma, \tag{2.3}$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2, \tag{2.4}$$

где введена константа $g = G/G_0 < 1$. Эти уравнения формально совпадают с синергетической системой Лоренца [69], в которой сдвиговые напряжения играют роль параметра порядка, сопряженное поле сводится к сдвиговой деформации, а температура представляет управляющий параметр. Известно, что эта система используется для описания как фазовых термодинамических [12], так и кинетических [25] превращений.

Как отмечалось ранее, совместно соотношения (2.2), (2.3) представляют новую реологическую модель, поскольку сводятся к дифференциальному уравнению второго порядка для напряжений σ или деформации ε.

В работе [57] плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-гладкими поверхностями слюды представлено как результат спонтанного появления сдвиговых напряжений, вызванного нагревом поверхностей трения выше критического значения $T_{c0} = 1 + g^{-1}$. Исходной причиной процесса самоор-

ганизации является положительная обратная связь T и σ с ε [см. (2.3)], обусловленная температурной зависимостью сдвиговой вязкости (1.24), приводящей к ее расходимости. С другой стороны, отрицательная обратная связь σ и ε с T в (2.4) играет важную роль, поскольку обеспечивает устойчивость системы.

Согласно такому подходу смазка представляет очень вязкую жидкость, которая ведет себя подобно аморфному твердому телу — имеет большую эффективную вязкость и все еще характеризуется пределом текучести [1, 11]. Ее твердоподобное состояние соответствует сдвиговым напряжениям $\sigma = 0$, поскольку при этом уравнение (2.2) выпадает из рассмотрения ($\dot{\sigma} = 0$). Уравнение (2.3), содержащее вязкие напряжения, сводится к закону Дебая, представляющему быструю релаксацию сдвиговой деформации в течении микроскопического времени $\tau_\varepsilon \approx a/c \sim 10^{-12}$ с, где $a \sim 1$ нм — постоянная решетки или межмолекулярное расстояние и $c \sim 10^3$ м/с — скорость звука. При этом уравнение теплопроводности (2.4) принимает вид простейшего выражения для релаксации температуры к значению T_e, и из него исчезают слагаемые, представляющие диссипативный разогрев и механокалорический эффект вязкой жидкости.

При ненулевых значениях напряжений σ уравнения (2.2)—(2.4) описывают указанные выше свойства, присущие жидкоподобному состоянию смазки. Такое поведение сильно отличается от объемных смазочных материалов и требует детального пояснения. Согласно уравнению (2.3), появление вязких напряжений σ_v приводит к пластическому течению жидкоподобной смазки со скоростью $V = h\partial\varepsilon/\partial t$ (h — толщина пленки). В частности, в случае аппарата поверхностных сил [3, 40] в уравнениях (2.2) – (2.4) эффективная амплитуда деформации $\varepsilon = x_{max}/h$ определяется как отношение амплитуды деформации (отклонения) x_{max} к h. Эффективная скорость сдвига $\dot{\varepsilon} = \varepsilon\omega = V/h = \varepsilon/\tau_\sigma$ представляет произведение деформации ε и частоты колебаний ω.

В работе [4] показано, что пластическое течение слоя смазки реализуется при наличии в нем упругих напряжений. При этом действие сдвиговых напряжений приводит к уменьшению модуля сдвига смазочного материала [70]. Согласно [54],

во время граничного режима трения с увеличением вязких напряжений

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} \tag{2.5}$$

растет вязкая сила трения:

$$F_v = \frac{\eta_{eff} V A}{h}, \tag{2.6}$$

где η_{eff} – эффективная вязкость, которая не совпадает с истинной вязкостью и находится только экспериментально [54], A – площадь контакта. Комбинирование равенств (2.5) и (2.6) дает выражение для скорости через напряжения:

$$V = \frac{\sigma_v h}{\eta_{eff}}. \tag{2.7}$$

Таким образом, с ростом сдвиговых напряжений полная сила трения уменьшается, так как увеличивается относительная скорость движения контактирующих поверхностей – смазка плавится.

Более того, в соответствии с [8] при отсутствии деформации сдвига тепловое среднеквадратичное отклонение молекул (атомов) определяется равенством $\langle u^2 \rangle = T/Ga$. Среднее значение смещения за счет сдвига находится из соотношения $\langle u^2 \rangle = \sigma^2 a^2 / G^2$. Полное среднеквадратичное смещение представляет сумму этих выражений при условии, что тепловые флуктуации и напряжения независимы. Это означает, что плавление смазки вызывается как нагреванием, так и влиянием напряжений, создаваемых твердыми поверхностями при трении. Последнее согласуется с рассмотрением неустойчивости твердоподобного состояния в рамках представлений о сдвиговом динамическом плавлении при отсутствии тепловых флуктуаций. Таким образом, флуктуации деформации, связанные с напряжениями, и тепловые флуктуации следует рассматривать независимо. Будем предполагать, что пленка смазки становится более жидкоподобной и сила трения уменьшается с ростом температуры за счет уменьшения энергии активации скачков молекул.

2.2. Влияние температурной зависимости вязкости

Известно, что вязкость слоя смазки зависит от температуры [54, 59, 60, 71]. Таким образом, при исследовании процесса трения в заданной физической системе необходимо сначала определить явный вид температурной зависимости вязкости. При выводе основных уравнений, приведенных в подразделе 2.1, использовалась простейшая зависимость вязкости от температуры (1.24), однако, в действительности, в конкретных системах она имеет различный вид. Как показывает эксперимент, эта функция обычно определяется либо степенной зависимостью

$$\eta(T) = \frac{\eta_0}{(T/T_c - 1)^{\gamma}}, \tag{2.8}$$

которая обобщает ранее использованную формулу (1.24), либо подчиняется закону Фогеля-Фулчера [54, 59, 60, 71]

$$\eta(T) = \eta_0' \exp \frac{B'}{(T - T_c)^{\alpha}}. \tag{2.9}$$

В этих зависимостях используются размерные величины, причем $\gamma, \eta_0', \eta_0, B', \alpha, T_c$ — положительные постоянные. Физический смысл имеет только соотношение Фогеля-Фулчера, которое является эмпирическим, но объясняется в рамках теорий свободного объема и избыточной конфигурационной энтропии [60]. Однако степенное выражение часто используется, поскольку хорошо описывает поведение вязкости вблизи точки перехода T_c. Оно более простое математически, что облегчает дальнейшие вычисления и позволяет аналитически получать менее громоздкие выражения для температуры плавления и других параметров, которые очень близки к истинным.

2.2.1. Соотношение Фогеля-Фулчера

При использовании соотношения (2.9) и введении безразмерных постоянных $A \equiv \tau_\varepsilon G_0/\eta_0'$, $B \equiv B'T_c^{-\alpha}$ уравнения (2.2), (2.4) не изменятся, а (2.3) примет

вид:

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + A\sigma \exp\left[-\frac{B}{(T-1)^\alpha}\right]. \tag{2.10}$$

Для анализа модифицированной системы используем адиабатическое приближение, в рамках которого характерные временны́е масштабы удовлетворяют неравенству [23]

$$\tau_\sigma >> \tau_\varepsilon, \tau_T. \tag{2.11}$$

Оно означает, что в процессе эволюции деформация $\varepsilon(t)$ и температура $T(t)$ следуют за изменением напряжений $\sigma(t)$. Отметим, что это неравенство выполняется для тонких пленок, толщина которых меньше критического значения L [57]:

$$L = \sqrt{\frac{\chi \nu_\sigma}{\rho c^2}}, \tag{2.12}$$

где $\chi \equiv \kappa / c_v$ — температуропроводность, $\nu_\sigma \equiv \eta_\sigma / \rho$ — эффективная кинематическая вязкость, $c \equiv (G/\rho)^{1/2}$ — скорость звука.

Тогда левые части уравнений (2.10), (2.4) можно приравнять к нулю. В результате зависимость температуры T от напряжений σ задается уравнением:

$$\sigma = \sqrt{\frac{T_e - T}{A \exp\left[-\frac{B}{(T-1)^\alpha}\right] - 1}}. \tag{2.13}$$

Анализ выражения (2.13) показывает, что при определенном соотношении параметров α, A и B существует характерное значение температуры T_e:

$$T^0 = 1 + \sqrt[\alpha]{\frac{B}{\ln A}}. \tag{2.14}$$

Выше этого значения с ростом σ происходит уменьшение T, ниже его рост σ приводит к увеличению температуры T системы. В случае когда параметры таковы, что значение T^0 комплексное, при увеличении напряжений σ температура смазки T монотонно растет, причем всегда $T > T_e$.

Примем $\alpha = 2$, тогда, согласно (2.14), для существования действительного значения T^0 необходимо выполнение условия $A > 1$. При $A = 2$ и $B = 1$ зависимость (2.13) принимает вид, показанный на рисунке 2.1, где кривая 1 отвечает значению

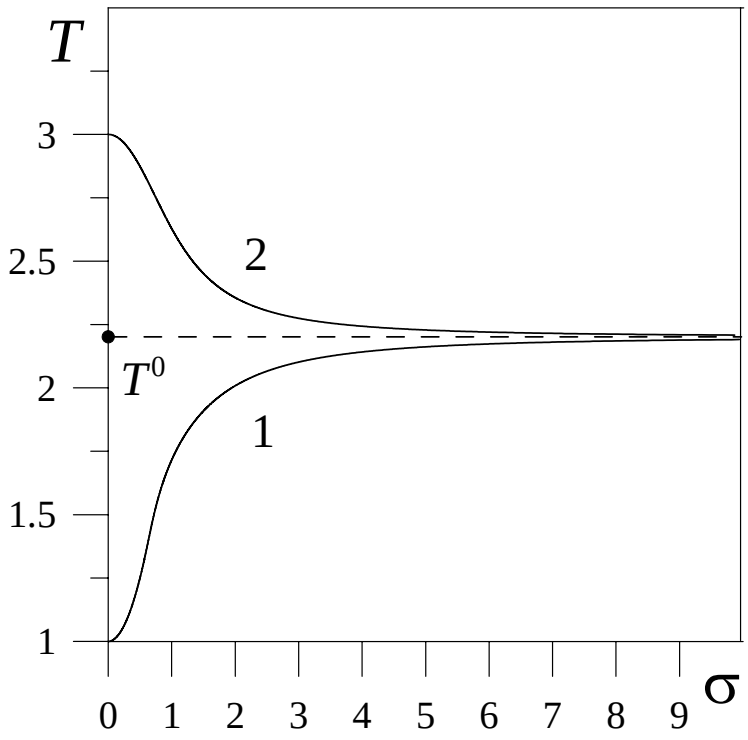

Рис. 2.1. Зависимость температуры смазки от сдвиговых напряжений (2.13) при $\alpha = A = 2,\ B = 1$. Кривые 1, 2 отвечают температурам $T_e = 1,3$ соответственно; штриховая прямая представляет характерное значение температуры $T_e = T^0 = 1 + (\ln 2)^{-1/2}$.

$T_e < T^0$, а кривая 2 — $T_e > T^0$. Штриховая прямая на рисунке $T_e = T^0$ является асимптотой для указанных зависимостей, так как с увеличением σ температура смазки T приближается к значению T^0.

Зависимость деформации от напряжений $\varepsilon(\sigma)$ задается равенством

$$\varepsilon(\sigma) = \sigma + \frac{T_e - T(\sigma)}{\sigma}, \tag{2.15}$$

где функция $T(\sigma)$ определяется из соотношения (2.13). Как видно из рисунка 2.2, при малых значениях температуры сдвигаемых поверхностей $T_e < T^0$ мы имеем гуковский участок $\varepsilon \sim \sigma$ в области $\sigma \ll 1$. При увеличении σ деформация ε уменьшается к нулевому значению [2], и далее снова наблюдается линейно возрастающий участок. При $T_e \geq T^0$ зависимость $\varepsilon(\sigma)$ монотонно возрастает и имеет линейную форму при больших и малых значениях напряжений.

После подстановки (2.15) в (2.2) получаем уравнение типа Ландау–

[2] Убывающий участок зависимости $\varepsilon(\sigma)$ не имеет физического смысла

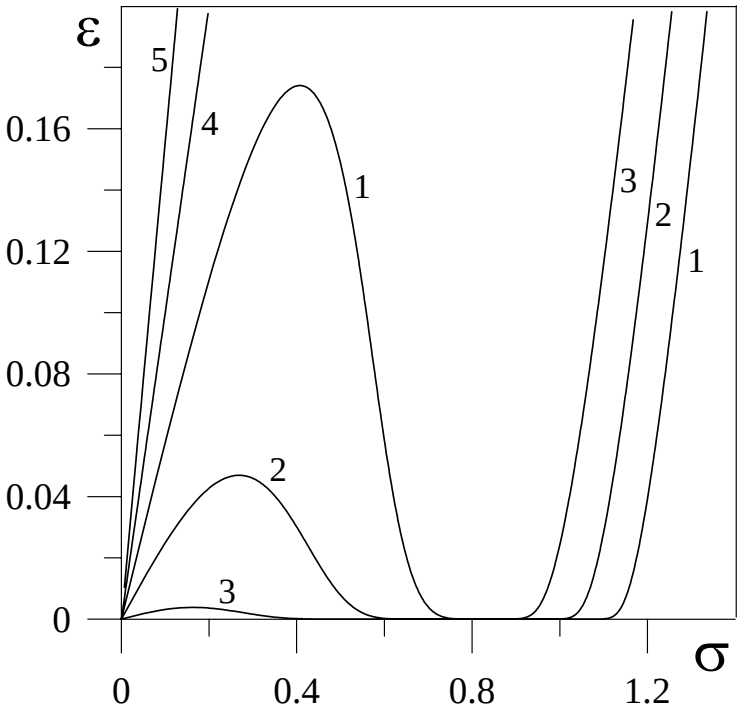

Рис. 2.2. Зависимость сдвиговой деформации от напряжений (2.15). Кривые 1–5 соответствуют значениям $T_e = 0.1, 0.3, 0.5, T^0, 3.0$ соответственно.

Халатникова:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\frac{\partial V}{\partial \sigma}, \tag{2.16}$$

где синергетический потенциал имеет вид

$$V = \frac{1}{2}(1-g)\sigma^2 + g\int\limits_0^\sigma \frac{T(\sigma) - T_e}{\sigma} d\sigma, \tag{2.17}$$

в котором зависимость $T(\sigma)$ определяется соотношением (2.13). В стационарном состоянии выполняется условие $\dot{\sigma} = 0$, и потенциал (2.17) принимает минимальное значение. При температуре T_e меньше, определяемой равенством

$$T_{c0} = 1 + \frac{1}{\sqrt{\ln 2g}}, \tag{2.18}$$

этот минимум соответствует напряжениям $\sigma = 0$. При этом плавление не происходит, и реализуется твердоподобное состояние смазки. В противном случае $T_e > T_{c0}$ стационарное значение напряжений отлично от нуля

$$\sigma_0 = \left(\frac{g(T_e - T_0)}{1-g}\right)^{1/2}, \quad 0.5 < g < 1, \tag{2.19}$$

и возрастает с T_e согласно корневой зависимости. Это приводит к плавлению смазки и ее переходу в жидкоподобное состояние. Соответствующая деформация составляет:

$$\varepsilon_0 = \left(\frac{T_e - T_0}{g(1-g)} \right)^{1/2}. \tag{2.20}$$

Стационарное значение температуры T_0 совпадает с критическим значением T_{c0}, но отличается от ранее найденного характерного значения температуры T^0 (2.14). Согласно (2.18), если константа $g \leq 0.5$, то плавление смазки не происходит, так как температура T_{c0} становится комплексной величиной. На рисунке 2.3 показаны зависимости стационарных сдвиговых напряжений от температуры поверхностей трения для различных параметров g. Эти зависимости отвечают фазовому перехо-

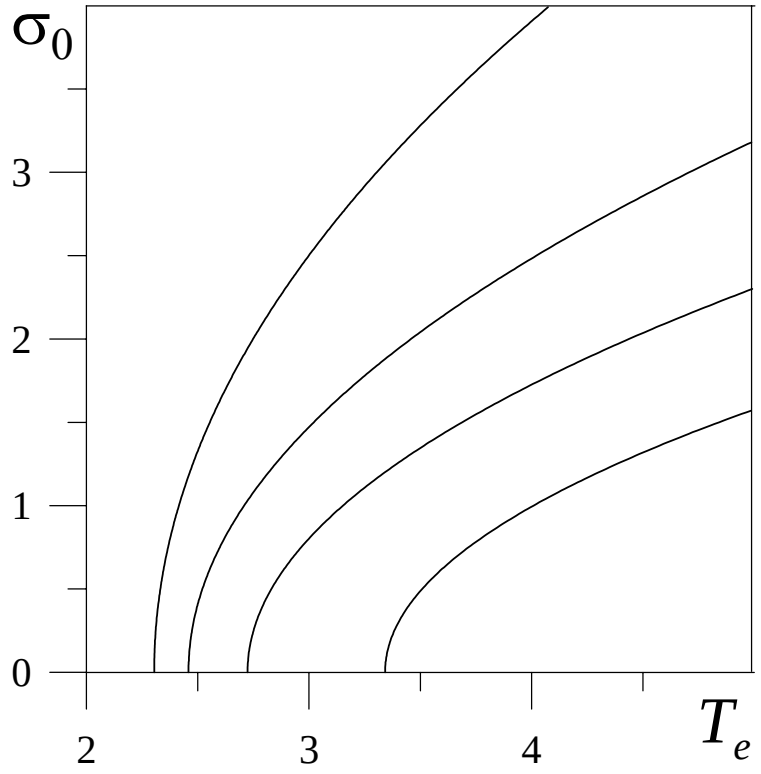

Рис. 2.3. Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e для перехода второго рода (2.19). Кривые отвечают значениям $g = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ и расположены справа налево.

ду второго рода, который представляет непрерывное плавление аморфной смазки. Следует отметить, что в работе [57] значение T_{c0} задавалось условием $T_{c0} = 1 + g^{-1}$, которое существенно отличается от полученного здесь.

Зависимость синергетического потенциала V (2.17) от напряжений σ показана на рисунке 2.4. Кривая 1 отвечает значению температуры $T_e < T_{c0}$, и соответству-

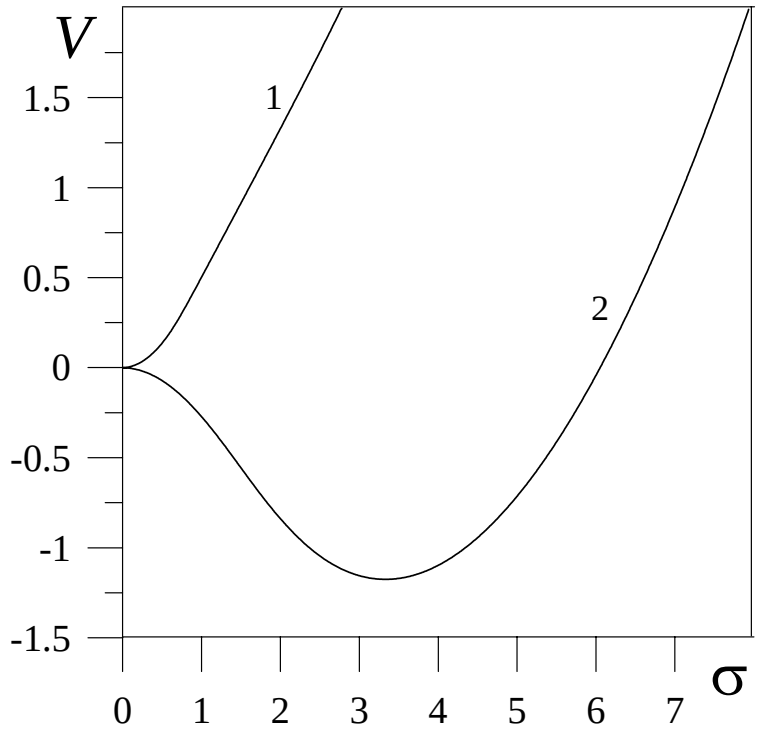

Рис. 2.4. Зависимость синергетического потенциала V (2.17) от сдвиговых напряжений σ при $g = 0.8,\ \alpha = A = 2,\ B = 1$. Кривые 1, 2 отвечают значениям $T_e = 1$ и 5.

ет твердоподобному состоянию смазки, так как минимум потенциала реализуется при $\sigma = 0$. Это видно из рисунка 2.3, на котором при $T_e < T_{c0}$ стационарные напряжения принимают только нулевое значение. Кривая 2 построена при $T_e > T_{c0}$ и соответствует жидкоподобному состоянию смазки, поскольку на ней реализуется ненулевой минимум потенциала.

При рассмотрении общего случая, не задаваясь конкретными значениями α, A, B, во всех предыдущих выражениях $T(\sigma)$ будет определяться зависимостью (2.13), и критическая температура $T_{c0} = T_0$ принимает вид:

$$T_{c0} = 1 + \sqrt[\alpha]{\frac{B}{\ln gA}}. \qquad (2.21)$$

Отсюда видно, что для существования температуры T_{c0} необходимо выполнение условия $gA \equiv \tau_\varepsilon G/\eta_0' > 1$, иначе смазка твердоподобна при любых T_e. Причем значение T_{c0} тем меньше, чем больше произведение gA. Следовательно, уменьшения

трения следует ожидать в системах с больши́м значением gA. Однако, согласно (2.21), критическая температура ограничена минимальным значением $T_{c0} = 1$.

2.2.2. Степенная зависимость

В предыдущем пункте была рассмотрена температурная зависимость вязкости $\eta(T)$, которая задается соотношением Фогеля-Фулчера (2.9). Используем теперь степенную зависимость для аппроксимации $\eta(T)$ (2.8). При этом в исходной системе (2.2) — (2.4) второе уравнение примет вид

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T-1)^\gamma \sigma. \tag{2.22}$$

Тогда в рамках адиабатического приближения (2.11) получим зависимость $T(\sigma)$, подобную (2.13):

$$\sigma = \sqrt{\frac{T_e - T}{(T-1)^\gamma - 1}}. \tag{2.23}$$

Эта зависимость при любых γ по характеру поведения качественно повторяет (2.13), приведенную на рис. 2.1, с той лишь разницей, что характерное значение температуры T^0 задается в этом случае константой $T^0 = 2$. Деформация $\varepsilon(\sigma)$ находится из условия (2.15), где $T(\sigma)$ дается выражением (2.23).

Как и ранее, получим уравнение Ландау-Халатникова (2.16), где синергетический потенциал имеет вид (2.17). Зависимость $T(\sigma)$ определяется соотношением (2.23). Критическая температура

$$T_{c0} = 1 + g^{-1/\gamma}, \tag{2.24}$$

как и при использовании формулы Фогеля-Фулчера, совпадает со стационарным значением T_0. Стационарные значения напряжений и деформации даются соотношениями (2.19), (2.20). Таким образом, при степенной зависимости $\eta(T)$ наблюдается аналогичный характер поведения системы, с отличием в значениях критической T_{c0}, стационарной T_0 и характерной T^0 температур.

На рисунке 2.5 приведены зависимости критической температуры T_{c0} от параметра γ для различных значений $g < 1$. Видно, что T_{c0} уменьшается с ростом γ и g.

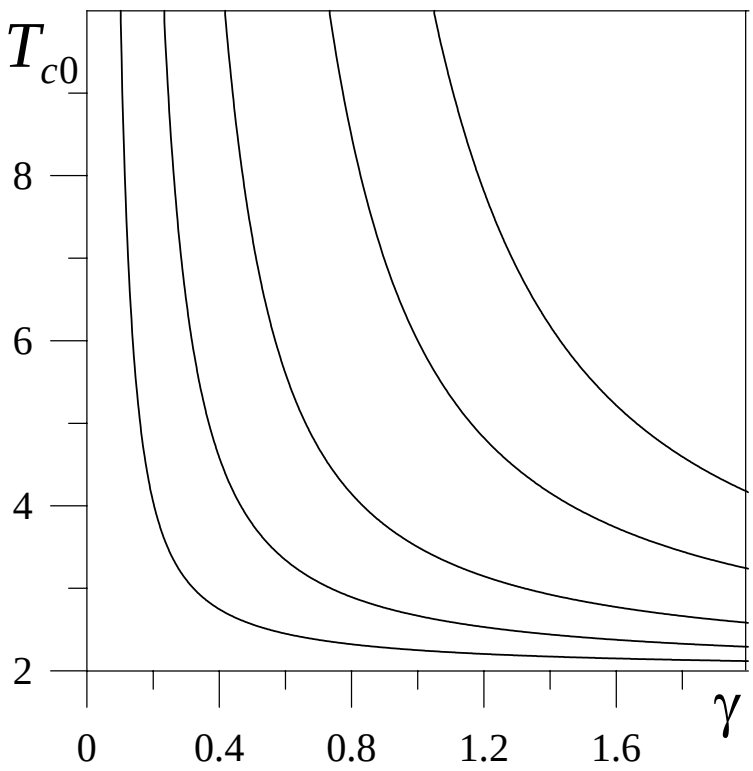

Рис. 2.5. Зависимость критической температуры T_{c0} от параметра γ (2.24). Кривые, расположенные справа налево, соответствуют значениям $g = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$.

Причем при больших значениях γ температура T_{c0} асимптотически приближается к минимально возможному значению $T_{c0} = T^0 = 2$. Поскольку выше температуры T_{c0} происходит плавление смазки, уменьшения трения следует ожидать в системах с большими значениями $g < 1$ и $\gamma > 0$. При малых γ критическая температура T_{c0} расходится к бесконечности и смазка представляет собой твердоподобную структуру при любых реальных температурах T_e поверхностей трения.

2.2.3. Учет деформационного дефекта модуля сдвига

Как было показано ранее, уравнение (2.2) сводится к соотношению Максвелла (1.22), которое предполагает использование идеализированной модели Генки. Для зависимости напряжений от деформации $\sigma(\varepsilon)$ эта модель представляется законом Гука $\sigma = G\varepsilon$ при $\varepsilon < \varepsilon_m$ и константой $\sigma_m = G\varepsilon_m$ при $\varepsilon \geq \varepsilon_m$ (σ_m, ε_m — максимальные значения упругих сдвиговых напряжений и деформации для гуковского участка, $\sigma > \sigma_m$ приводит к вязкому течению со скоростью деформации

$\dot{\varepsilon} = (\sigma - \sigma_m)/\eta)$. Фактически, кривая зависимости $\sigma(\varepsilon)$ обладает двумя участками: первый, гуковский, имеет большой угол наклона, определяемый модулем сдвига G, за ним следует намного более пологий участок пластической деформации, наклон которого определяется коэффициентом упрочнения $\Theta < G$. Очевидно, представленная картина означает, что модуль сдвига зависит от величины напряжений. Будем использовать простейшее приближение

$$G(\sigma) = \Theta + \frac{G - \Theta}{1 + (\sigma/\sigma_p)^\beta}, \quad \beta > 0, \tag{2.25}$$

описывающее представленный выше переход режима упругой деформации в пластический. Он происходит при характерных значениях сдвиговых напряжений σ_p и деформации ε_p. Следует отметить, что при описании структурных фазовых переходов жидкоподобной смазки характерно наличие инвариантов третьего порядка, которые нарушают четность зависимости синергетического потенциала V от напряжения σ. Поэтому в приближении (2.25) используется линейный член σ/σ_p ($\beta = 1$), вместо квадратичного $(\sigma/\sigma_p)^2$ ($\beta = 2$) [25], и соответствующая зависимость $V(\sigma)$ уже не является четной [57]. Таким образом, нечетные значения β отвечают эксперименту, в котором скольжение блока во взаимно противоположных направлениях не эквивалентно с энергетической точки зрения.

В результате время релаксации τ_σ приобретает зависимость от величины напряжений [57]

$$\frac{1}{\tau_\sigma(\sigma)} = \frac{1}{\tau_p}\left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\sigma_p}\right). \tag{2.26}$$

Здесь введено время релаксации на участке пластического течения

$$\tau_p = \frac{\eta_\sigma}{\Theta}, \tag{2.27}$$

где $\eta_\sigma \equiv \tau_\sigma G$ – эффективная вязкость, Θ – коэффициент упрочнения, $\theta = \Theta/G < 1$ – параметр, определяющий отношение углов наклона кривой деформации на пластическом и гуковском участках. При этом уравнение (2.2) принимает вид:

$$\tau_p \dot{\sigma} = -\sigma\left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\alpha}\right) + g_\Theta \varepsilon, \tag{2.28}$$

где $g_\Theta \equiv G^2/\Theta G_0$ и $\alpha = \sigma_p/\sigma_s$ – положительные постоянные.

При использовании соотношения Фогеля-Фулчера в рамках приближения (2.11) система Лоренца (2.28), (2.3) и (2.4), как и ранее, сводится к уравнению Ландау-Халатникова (2.16) с τ_p вместо τ_σ. Однако, в синергетическом потенциале (2.17) коэффициент $g = G/G_0$ заменяется на g_Θ, который предполагается не зависимым от σ, и появляется нечетное слагаемое, пропорциональное $\theta^{-1} - 1$:

$$V = \frac{1}{2}(1 - g_\Theta)\sigma^2 + g_\Theta \int\limits_0^\sigma \frac{T(\sigma) - T_e}{\sigma} d\sigma + \alpha^2(\theta^{-1} - 1)\left[\frac{\sigma}{\alpha} - \ln(\alpha + \sigma)\right]. \qquad (2.29)$$

Рассмотрение случая $\dot{\sigma} = 0$ приводит к уравнению для стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0:

$$\sigma_0^3(g - 1) + \sigma_0^2(g - \theta^{-1})\alpha + \sigma_0(T_e - T_0)g + g\alpha(T_e - T_0) = 0. \qquad (2.30)$$

Связь стационарных напряжений и температуры $T_0(\sigma_0)$ задается уравнением (2.13), где $T = T_0$. Уравнение (2.30) не может быть проанализировано аналитически, так как величина T_0 в нем задается более сложным соотношением, получающимся при подстановке выражения (2.13) в (2.30).

В случае степенной зависимости вязкости $\eta(T)$ мы получаем потенциал (2.29), в котором $T(\sigma)$ имеет вид (2.23). Рассмотрение стационарного случая дает уравнение для значений сдвиговых напряжений σ_0 (2.30), где выражение для стационарной температуры следует из (2.23) при $\sigma \equiv \sigma_0$. В данном случае, как и при использовании соотношения Фогеля-Фулчера, также невозможно получить аналитическое выражение для T_{c0}. В этой ситуации можно проводить лишь численный анализ полученных уравнений, задавшись набором конкретных параметров системы.

В данном подразделе проанализированы две наиболее часто используемые температурные зависимости вязкости $\eta(T)$, и найдены соответствующие температуры плавления T_{c0}. Показано, что поведение системы в обоих случаях не имеет существенных качественных отличий. Так как целью диссертации является качественное описание явлений, происходящих в ультратонких пленках смазки (эффекты

памяти, прерывистый режим движения, различие температур плавления по сравнению с объемными смазками и т.п.), то будем далее пользоваться простейшей зависимостью (1.24), которая приводит к уравнению (2.3), и считать, что для качественного уровня описания этого достаточно.

2.3. Гистерезисные явления при фазовом переходе второго рода

2.3.1. Скачкообразное плавление

В пункте 2.2.3 был проведен учет деформационного дефекта модуля сдвига, который входит в уравнение (2.2) посредством времени релаксации τ_σ (2.26). Здесь учтем зависимость $G(\sigma)$ другим способом. Для этого предположим, что время релаксации τ_σ не зависит от напряжений и представляет постоянную, однако в уравнении (2.2) параметр $g \equiv G/G_0$ заменяется на зависимость $g \equiv G(\sigma)/G_0$, где $G(\sigma)$ определяется все тем же выражением (2.25).

Особенность зависимости (2.25) состоит в том, что она описывает гистерезис при плавлении тонкого слоя смазки только в координатах $T_e - \sigma$ [57, 72]. При этом кривая деформации $\sigma(\varepsilon)$ является монотонной и позволяет представить лишь непрерывный переход. Однако, экспериментальные данные однозначно указывают, что плавление молекулярно-тонкой пленки смазки имеет скачкообразный характер [1], хотя и может происходить по механизму фазового перехода второго рода. Как показано ниже, описание указанной особенности достигается при помощи замены зависимости $g(\sigma)$ в (2.2) на $g(\varepsilon) \equiv G(\varepsilon)/G_0$, где

$$G(\varepsilon) = \Theta + \frac{G - \Theta}{1 + (\varepsilon/\varepsilon_p)^\beta}. \tag{2.31}$$

При этом величина параметра $\beta > 0$, определяющего характер потенциала, также играет ключевую роль.

Рассмотрим стационарное состояние, при котором в (2.2) производная $\dot\sigma = 0$, и величина напряжений σ в смазке не изменяется. Этот случай, согласно (2.7), со-

ответствует скольжению с постоянной скоростью. Тогда получаем уравнение, подобное закону Гука:

$$\sigma = g(\varepsilon)\varepsilon, \quad g(\varepsilon) = g_\theta \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + (\varepsilon/\alpha)^\beta}\right), \tag{2.32}$$

где параметр $\theta = \Theta/G < 1$, как и ранее (см. пункт 2.2.3), определяет отношение углов наклона кривой деформации на пластическом и гуковском участках, и появляются новые коэффициенты $g_\theta = \Theta/G_0 < 1$, $\alpha = \varepsilon_p/\varepsilon_s$. Зависимость (2.32) в координатах $\beta - \varepsilon - \sigma$ при заданных α, g_θ и θ приведена на рис. 2.6. В случае аппа-

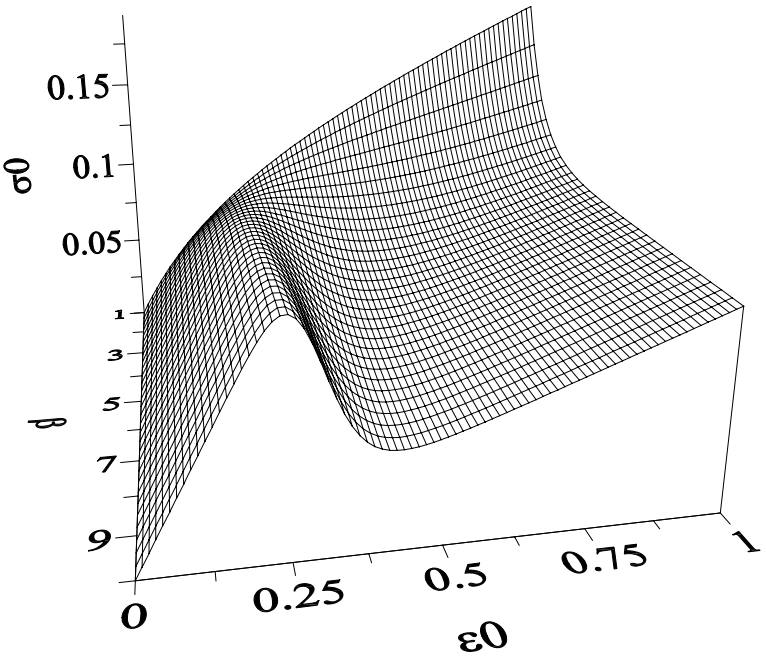

Рис. 2.6. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от деформации ε_0 и параметра β (2.32) при $\theta = 0.2$, $g_\theta = 0.1$, $\alpha = 0.3$.

рата поверхностных сил [3, 40] он представляет зависимость полного внутреннего сдвигового напряжения в смазке $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v$ от амплитуды отклонения x_{max}, где σ_{el} и σ_v — упругая и вязкая компоненты соответственно, причем σ_v определяется соотношением (2.7). Отсюда видно, что могут реализоваться две ситуации: при малых β кривая $\sigma(\varepsilon)$ монотонно возрастает, а при

$$\beta > \frac{1 + \sqrt{\theta}}{1 - \sqrt{\theta}} \tag{2.33}$$

она становится немонотонной. В первом случае происходит непрерывное плавление смазки. Второй случай более детально представлен на рис. 2.7 , согласно ко-

торому смазка при повышении напряжений до точки A скачкообразно плавится, и при этом происходит переход в точку B. При дальнейшем увеличении напря-

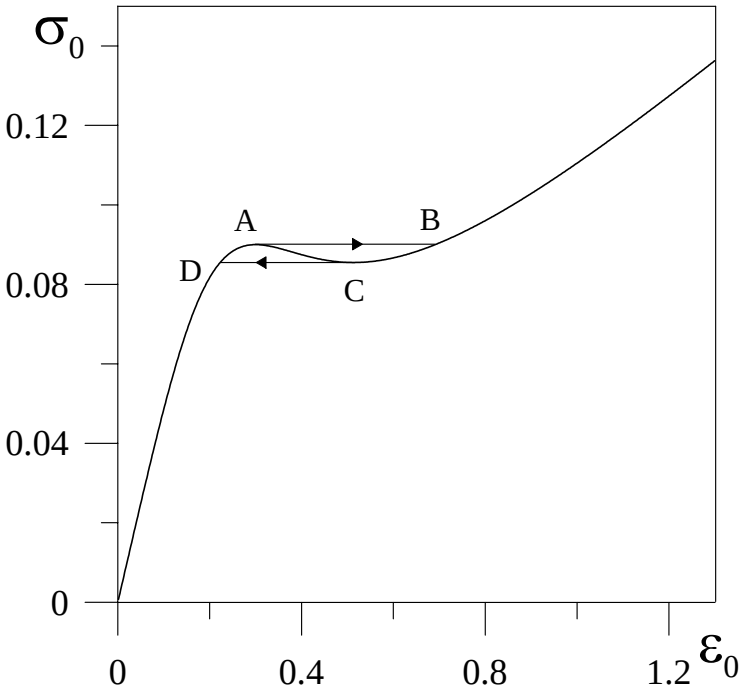

Рис. 2.7. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от деформации ε_0 (2.32) при $\theta = 0.2$, $g_\theta = 0.1$, $\alpha = 0.3$, $\beta = 3.0$, на которой показано гистерезисное поведение.

жений деформация монотонно возрастает, и смазка остается жидкоподобной. Если теперь уменьшать напряжения, то до точки C смазка сохраняет жидкоподобную структуру, а затем скачкообразно затвердевает при переходе в точку D. При дальнейшем уменьшении напряжений смазка твердоподобна. Подобные переходы представлены как фазовые переходы первого рода [73], но между состояниями, которые не являются истинными термодинамическими фазами. Для объяснения этих превращений вводится понятие сдвигового плавления [8]. Отметим, что такое гистерезисное поведение наблюдалось в экспериментах [2, 3, 40].

Используя (2.32), можно найти абсциссы точек перехода A и C:

$$\varepsilon_{A,C} = 2^{-1/\beta}\alpha\left[b(\beta-1) - 2 \mp b\sqrt{(1-\beta)^2 - 4\beta/b}\right]^{1/\beta},\ b = \theta^{-1} - 1, \qquad (2.34)$$

где точке A отвечает знак '-', а точке C — знак '+'. Из (2.34) видно, что величина скачка при плавлении возрастает с ростом α, а с увеличением β разница $\varepsilon_A - \varepsilon_C$ стремится к нулю. Таким образом, при больших β (малых α) плавление

и затвердевание осуществляются практически при одинаковых значениях деформации ($\varepsilon_A \approx \varepsilon_C$), но при различных величинах напряжений σ. Как и ранее, примем в качестве параметра порядка сдвиговое напряжение σ: при $\sigma > \sigma_A$ смазка жидкоподобна, а если $\sigma < \sigma_C$, то она твердоподобна. В промежуточной области $\sigma_C < \sigma < \sigma_A$ состояние смазки является неустойчивым, поскольку она может находиться в обоих фазах.

В рамках адиабатического приближения (2.11) можно положить $\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} \approx 0$, $\tau_T \dot{T} \approx 0$, и уравнения (2.3), (2.4) дают

$$\varepsilon = \sigma - (2 - T_e)\frac{\sigma}{1+\sigma^2}, \tag{2.35}$$

$$T = T_e + (2 - T_e)\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}. \tag{2.36}$$

После подстановки выражения (2.35) в (2.2) получим уравнение Ландау-Халатникова (2.16), где синергетический потенциал

$$V = \frac{\sigma^2}{2} - g_\theta \int\limits_0^\sigma \left[\sigma - (2 - T_e)\frac{\sigma}{1+\sigma^2}\right]\left[1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \left(\sigma/\alpha - \sigma(2 - T_e)/(\alpha + \alpha\sigma^2)\right)^\beta}\right] d\sigma. \tag{2.37}$$

На рис. 2.8 приведена зависимость стационарных сдвиговых напряжений σ_0 от температуры поверхностей трения T_e. Ниже ее критического значения T_{c0} напряжения в смазке отсутствуют ($\sigma = 0$), и она твердоподобна. С дальнейшим возрастанием температуры до точки A напряжение увеличивается, но соответствует гуковскому упругому участку зависимости, приведенной на рис. 2.7, и следовательно, смазка твердоподобна. При последующем росте температуры в интервале $T_{cA} < T_e < T_{cB}$ (T_{cA}, T_{cB} отвечают точкам A, B) напряжение сохраняется, и смазка не изменяет свою структуру. Выше T_{cB} реализуется пластический участок зависимости, показанной на рис. 2.7, смазка становится жидкоподобной. Если затем понижать температуру поверхностей трения, то до значения T_{cC} смазка жидкоподобна, далее до $T_e = T_{cD}$ напряжение сохраняется, и ниже этого значения она имеет твердоподобную структуру. Выражение для критической температуры T_{c0} получа-

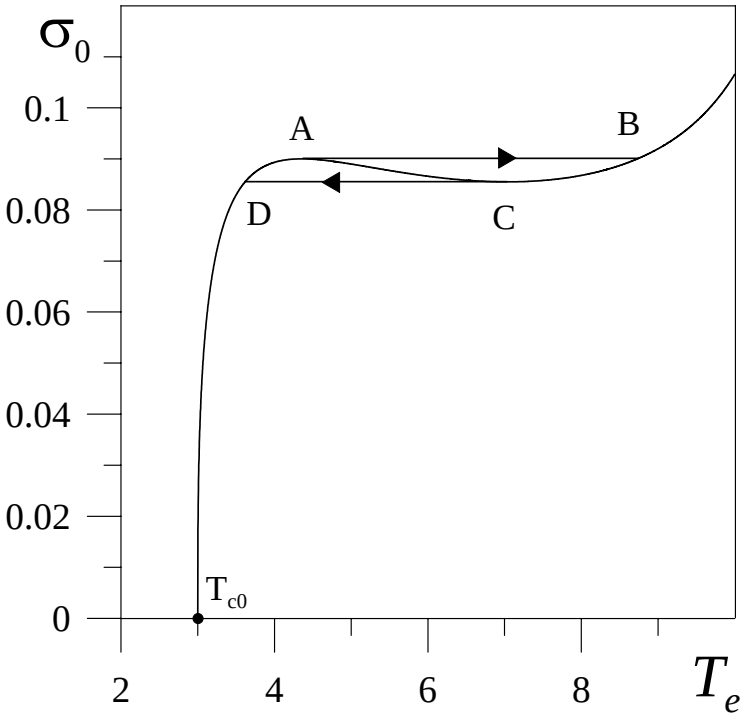

Рис. 2.8. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры поверхностей трения T_e при параметрах рис. 2.7.

ется из условия $\partial V/\partial\sigma = 0$, где V — синергетический потенциал (2.37):

$$T_{c0} = 1 + \theta/g_\theta \equiv 1 + G_0/G \equiv 1 + g^{-1}. \qquad (2.38)$$

В области температур $T_{cD} < T_e < T_{cB}$ смазка может быть как жидкоподобной, так и твердоподобной в зависимости от предыстории системы. В интервале $T_{cA} < T_e < T_{cC}$, входящем в эту область, стационарные значения напряжений сохраняются. Очевидно, что равенство $\sigma_0 = \mathrm{const}$ выполняется с увеличением температуры при $T_{cA} < T_e < T_{cB}$, поскольку для плавления смазке необходимо сообщить энергию. В области $T_{cD} < T_e < T_{cC}$ при уменьшении температуры сдвигаемых поверхностей напряжения сохраняются, так как для перехода смазки в твердоподобное состояние она должна отдать энергию. Следует полагать, что твердоподобные структуры смазки ниже и выше точки T_{c0} отличаются, поскольку согласно рис. 2.8, переход между ними происходит по механизму фазового перехода второго рода.

На рис. 2.9 показана зависимость потенциала (2.37) от величины напряжений при фиксированных температурах поверхностей трения. Кривая 1 соответствует

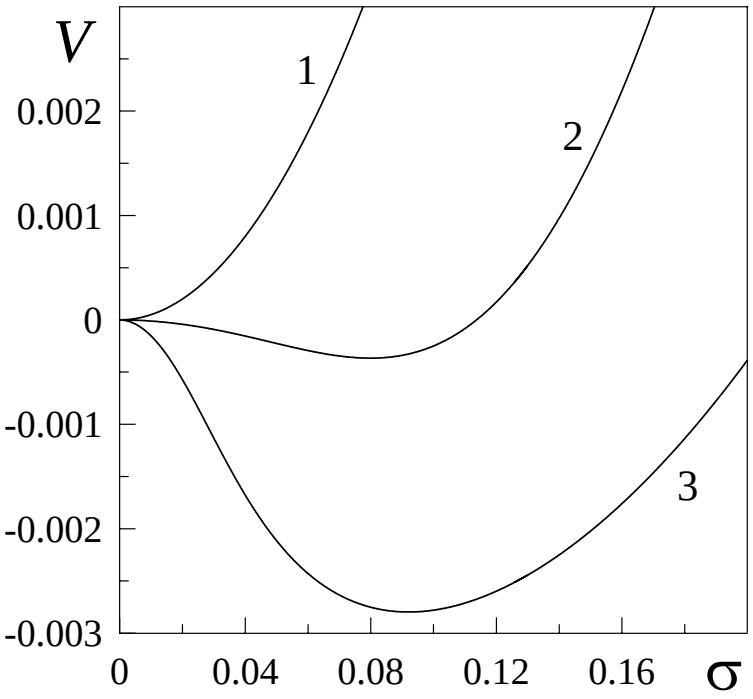

Рис. 2.9. Зависимость синергетического потенциала V (2.37) от величины сдвиговых напряжений σ при параметрах рис. 2.7 и $T_e = 1.0, 3.4, 9.0$ (кривые 1–3).

значению температуры ниже T_{c0}. Видно, что на ней реализуется единственный нулевой минимум, и в смазке напряжения отсутствуют, т.е. она твердоподобна. Кривая 2 соответствует температуре $T_{c0} < T_e < T_{cD}$, и здесь наблюдается ненулевой минимум потенциала, который отвечает гуковскому участку рис. 2.7. Это означает, что смазка также твердоподобна. Кривая 3 построена при $T_e > T_{cB}$ и характеризуется одним ненулевым минимумом потенциала. Поскольку при таких условиях система находится на участке пластического течения, смазка жидкоподобна.

Переход между первой и второй ситуацией осуществляется по механизму фазового перехода второго рода, так как нулевой минимум плавно превращается в ненулевой. Поскольку кривые 2, 3 имеют одинаковую форму, то переход между соответствующими режимами трения следует интерпретировать как кинетическое, а не фазовое превращение [73]. Таким образом, твердоподобная структура смазки при температуре ниже T_{c0} близка к твердому состоянию, твердоподобная же структура выше указанной температуры несет признаки жидкого состояния, но в целом смазка ведет себя как твердоподобная. При дальнейшем переходе к жидкостному режиму трения уменьшается вязкость смазки (1.24), и она течет.

2.3.2. Непрерывное превращение

Рассмотрим теперь более простой случай непрерывного плавления смазки, когда не выполняется условие (2.33). При температуре поверхностей трения ниже значения (2.38) смазка твердоподобна, поскольку сдвиговые напряжения равны нулю. При $T_e > T_{c0}$ она начинает плавиться и становится жидкоподобной. С дальнейшим повышением температуры сдвиговые напряжения растут и, как следствие, наступает скольжение, соответствующее переходу на участок пластической деформации.

На рис. 2.10 приведены стационарные значения сдвиговых напряжений σ_0 при непрерывном превращении. Отсюда видно, что с увеличением коэффициента α при

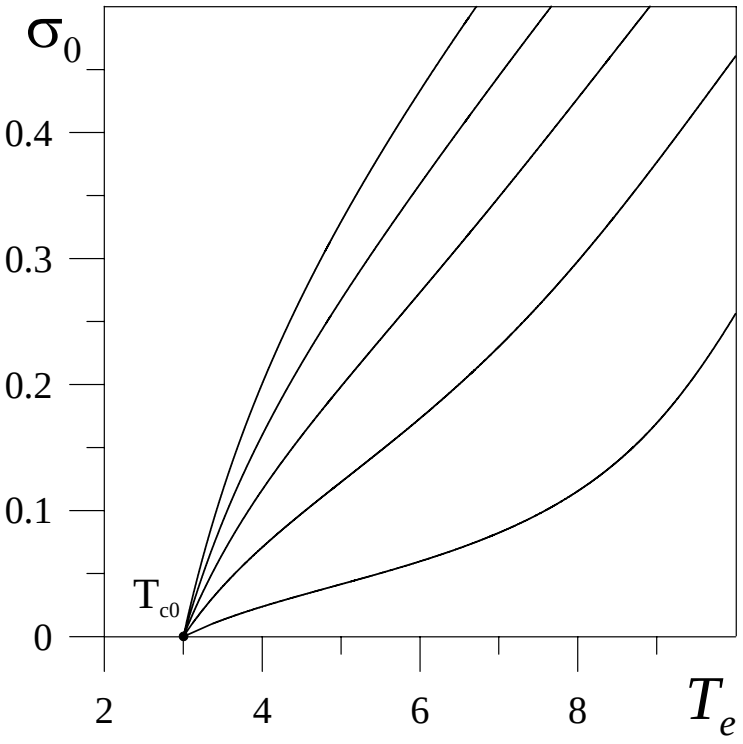

Рис. 2.10. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры поверхностей трения T_e в случае непрерывного превращения при $\theta = 0.2$, $g_\theta = 0.1$, $\beta = 1.0$ и $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ (соответствующие кривые расположены справа налево).

заданном значении температуры T_e реализуются бóльшие значения стационарных напряжений. Соответственно, при больших $\alpha < 1$ плавление наступает быстрее и такие смазки более предпочтительны для уменьшения трения. Согласно формуле (2.38), для уменьшения температуры плавления нужно уменьшать θ и увеличи-

вать g_θ. Минимальное значение критической температуры сдвигаемых поверхностей ограничено величиной $T_{c0} = 1$ при $\theta \ll g_\theta$.

Вид синергетического потенциала в данном случае качественно совпадает с показанным на рис. 2.9, поскольку он дается той же формулой (2.37). Твердоподобному состоянию смазки отвечает нулевой минимум потенциала, жидкоподобному — ненулевой минимум.

2.3.3. Фазовая кинетика

2.3.3.1. Координаты $\sigma - \varepsilon$

Согласно экспериментальным данным для органических смазочных материалов [1, 74], время релаксации напряжений при нормальном давлении составляет $\tau_\sigma \sim 10^{-10}$ с. Поскольку ультратонкая пленка смазки имеет менее четырех молекулярных слоев, температура релаксирует к значению T_e в течение времени, удовлетворяющего условию (ср. с (2.11)):

$$\tau_T \ll \tau_\sigma,\ \tau_\varepsilon. \tag{2.39}$$

Согласно этому положим в уравнении (2.4) $\tau_T \dot{T} \approx 0$. Также для удобства измерим время в единицах τ_σ. В результате получим двухпараметрическую систему вида:

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g(\varepsilon)\varepsilon, \tag{2.40}$$

$$\tau\dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T_e - 1 - \sigma\varepsilon + \sigma^2)\sigma, \tag{2.41}$$

где $\tau \equiv \tau_\varepsilon/\tau_\sigma$. Соответствующие фазовые портреты приведены на рис. 2.11 и 2.12.

На рис. 2.11 показаны фазовые портреты, описывающие поведение смазки в твердоподобном состоянии (при значении температуры поверхностей трения ниже T_{c0}), для различных соотношений времен релаксации τ. В частности, рис. 2.11а соответствует случаю $\tau = 0.01$. Штриховыми линиями 1 и 2 показаны изоклины, получаемые при приравнивании к нулю производных в уравнениях (2.40) и (2.41)

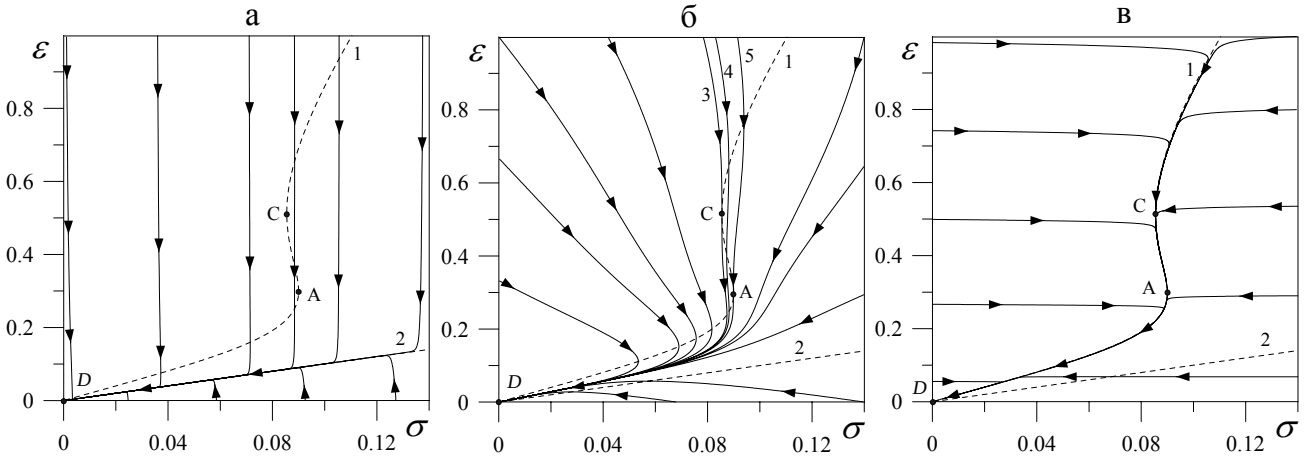

Рис. 2.11. Фазовые портреты при параметрах рис. 2.7 и $T_e = 2$: а — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 0.01\tau_\sigma$; б — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = \tau_\sigma$; в — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 100\tau_\sigma$.

соответственно. Таким образом, кривая 1 отвечает параметрам системы, при которых напряжения не изменяются, а линия 2 соответствует случаю сохранения деформации. Эти линии пересекаются в начале координат, образуя единственную стационарную точку D, которая является узлом. Видно, что фазовые траектории сходятся к узлу D, т.е. с течением времени напряжения релаксируют к нулевому значению. Причем при движении по фазовой плоскости при произвольных начальных условиях наблюдается два этапа: на первом происходит мгновенная релаксация системы к линии, близкой к изоклине 2, на втором — медленное движение по указанной кривой. На первом этапе напряжения сохраняются, что напоминает описанный в пункте 2.3.1 переход между режимами трения. Отметим, что линия, по которой движется система на втором этапе, соответствует гуковскому участку зависимости $\sigma(\varepsilon)$. Таким образом, происходит медленный переход смазки из твердоподобной структуры, близкой к жидкости, в твердоподобную структуру, подобную твердому телу.

Фазовый портрет, показанный на рис. 2.11б, построен для случая, когда времена релаксации напряжений и деформации совпадают ($\tau = 1$). Он также характеризуется особой точкой D, представляющей узел. Здесь возможны случаи, когда напряжения σ сначала увеличиваются, а потом уменьшаются, и наоборот. Это означает, что до того момента, когда система придет к равновесию (началу координат),

представляется возможным прерывистое движение. Например, согласно фазовым траекториям, которые начинаются при $\sigma = 0$, смазка сначала твердоподобна (напряжения равны нулю), потом она начинает плавиться (напряжения возрастают), и затем опять затвердевает. Самый сложный тип прерывистого движения описывается фазовыми траекториям, расположенными между траекториями 3 и 5, которые являются касательными к изоклине 1. Здесь система ведет себя подобно кривой 4, т.е. напряжения сначала увеличиваются, затем уменьшаются (после первого пересечения изоклины 1), потом снова увеличиваются (после второго пересечения), и наконец релаксируют к нулю (после третьего и последнего пересечения).

Рисунок 2.11в отвечает случаю $\tau = 100$. Здесь, как и на рис. 2.11а, выделены два этапа: быстрая релаксация к линии, близкой к изоклине 1, и далее медленное движение по ней. На первом этапе деформация слабо изменяется, а напряжения очень быстро уменьшаются, если начальные их значения σ правее изоклины 1, либо увеличиваются при начальных σ левее нее. На втором этапе в верхней части фазового портрета (выше точки C) конфигуративная точка движется по пластическому участку, ниже A происходит движение по гуковскому. На последнем участке система находится более длительное время, поскольку он ближе к изоклине, чем первый.

На рис. 2.12 приведены фазовые портреты для таких же параметров и соотношений времен релаксации, как и на рис. 2.11, но при температуре, соответствующей участку пластической деформации ($T_e > T_B$). Здесь реализуется жидкостное трение, и с течением времени устанавливается ненулевое стационарное значение сдвиговых напряжений $\sigma_0 \neq 0$, отвечающее минимуму потенциала. Как и ранее, линии 1 и 2 являются изоклинами фазовых траекторий. Фазовые портреты характеризуются двумя особыми точками — седлом D в начале координат и узлом O при ненулевых значениях напряжений и деформации, которые даются пересечением изоклин.

При $\tau = 0.01$ наблюдается картина, показанная на рис. 2.12а. Здесь, как и на рис. 2.11а, фазовые траектории быстро сбегаются к линии, близкой к изоклине 2

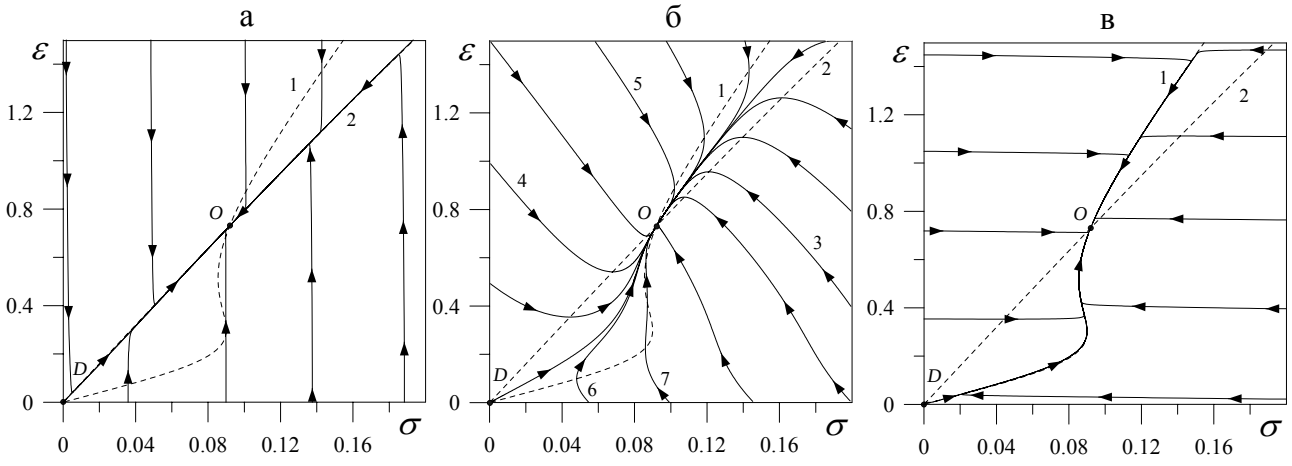

Рис. 2.12. Фазовые портреты при параметрах рис. 2.7 и $T_e = 9$: а — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 0.01\tau_\sigma$; б — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = \tau_\sigma$; в — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 100\tau_\sigma$.

из любой точки фазовой плоскости при сохранении напряжений. Далее система релаксирует к ненулевому значению $\sigma_0 \neq 0$, и устанавливается стационарное жидкостное трение. Однако прямая, по которой осуществляется движение на втором этапе, отвечает пластическому участку зависимости $\sigma(\varepsilon)$, т.е. система всегда жидкоподобна, за исключением тех случаев, когда начальное значение напряжений находится вблизи нуля (происходит плавление). Отметим, что с течением времени смазка становится более жидкой, если $\sigma_i < \sigma_O$, и наоборот более вязкой при $\sigma_i > \sigma_O$, где σ_i и σ_O — начальное и стационарное значения напряжений.

Как видно из рис. 2.12б, для $\tau = 1$ при установлении стационарного значения напряжений и деформации возможны следующие случаи: смазка становится более вязкой со временем (кривая 3), она плавится (кривая 4) и реализуются различные прерывистые режимы трения (кривые 5, 6, 7).

На рис. 2.12в приведен фазовый портрет для $\tau = 100$, где, как и на рис. 2.11в, видны два этапа. Основное отличие этих рисунков состоит в том, что на первом пластический участок ближе к изоклине, и при эволюции система находится на нем более продолжительное время, чем на гуковском. Стационарная точка O находится на пластическом участке.

2.3.3.2. Координаты $\dot{\sigma} - \sigma$

Исследуем кинетику системы, проследив эволюцию напряжений и скорости их изменения. Для этого из двух дифференциальных уравнений первого порядка (2.40), (2.41), зависящих от напряжения σ и деформации ε, получим уравнение второго порядка для σ. С этой целью из (2.40) необходимо выразить ε через σ и записать производную по времени от этого выражения. Далее, подставив полученные зависимости $\varepsilon(\sigma, \dot{\sigma})$, $\dot{\varepsilon}(\sigma, \dot{\sigma})$ в (2.41), найдем искомое уравнение. Однако аналитически выразить ε из (2.40) не представляется возможным. Поэтому воспользуемся выражением (2.25), описывающим непрерывное плавление, и получим искомое уравнение в виде:

$$
\begin{aligned}
&A\ddot{\sigma} + B\dot{\sigma}^2 + C\dot{\sigma} + D = 0, \qquad (2.42)\\
&A \equiv \frac{\tau}{g_\theta}\left[\frac{1+(\sigma/\alpha)^\beta}{\theta^{-1}+(\sigma/\alpha)^\beta}\right], \quad B \equiv \frac{\tau\beta}{g_\theta\alpha^\beta}\left[\frac{(\theta^{-1}-1)\sigma^{\beta-1}}{(\theta^{-1}+(\sigma/\alpha)^\beta)^2}\right],\\
&C \equiv A\tau^{-1}\left[\tau+1+\sigma^2\right] + \sigma B, \quad D \equiv A\tau^{-1}\sigma\left[1+\sigma^2\right] - \sigma(T_e - 1 + \sigma^2).
\end{aligned}
$$

Оно описывает реактивно-диссипативный режим, поскольку имеет вторую и первую производные по времени. Соответствующие фазовые портреты представлены на рис. 2.13. Здесь штриховая кривая 1 является изоклиной, на которой скорость изменения напряжений остается постоянной ($\ddot{\sigma} = 0$). Штриховая прямая 2 отвечает изоклине, где напряжения не изменяются ($\dot{\sigma} = 0$). Поскольку в уравнении (2.42) деформация в явном виде отсутствует, ее начальные значения задаются с помощью σ, $\dot{\sigma}$. Оказывается, что области ниже пунктирной прямой 3, определяемой равенством $\dot{\sigma} = -\sigma$, отвечают отрицательные значения деформации, поэтому некоторые фазовые траектории, начинающиеся ниже указанной линии, выходят в отрицательную область напряжений. Так как в прелагаемом подходе рассматриваются только положительные значения напряжений и деформации, начальные условия следует выбирать не ниже указанной прямой.

На рис. 2.13а представлен фазовый портрет, отвечающий температуре поверхностей трения ниже критической T_{c0} (2.38). Здесь смазка твердоподобна, и наблюдается релаксация σ к узлу D в начале координат. Согласно фазовым траекториям,

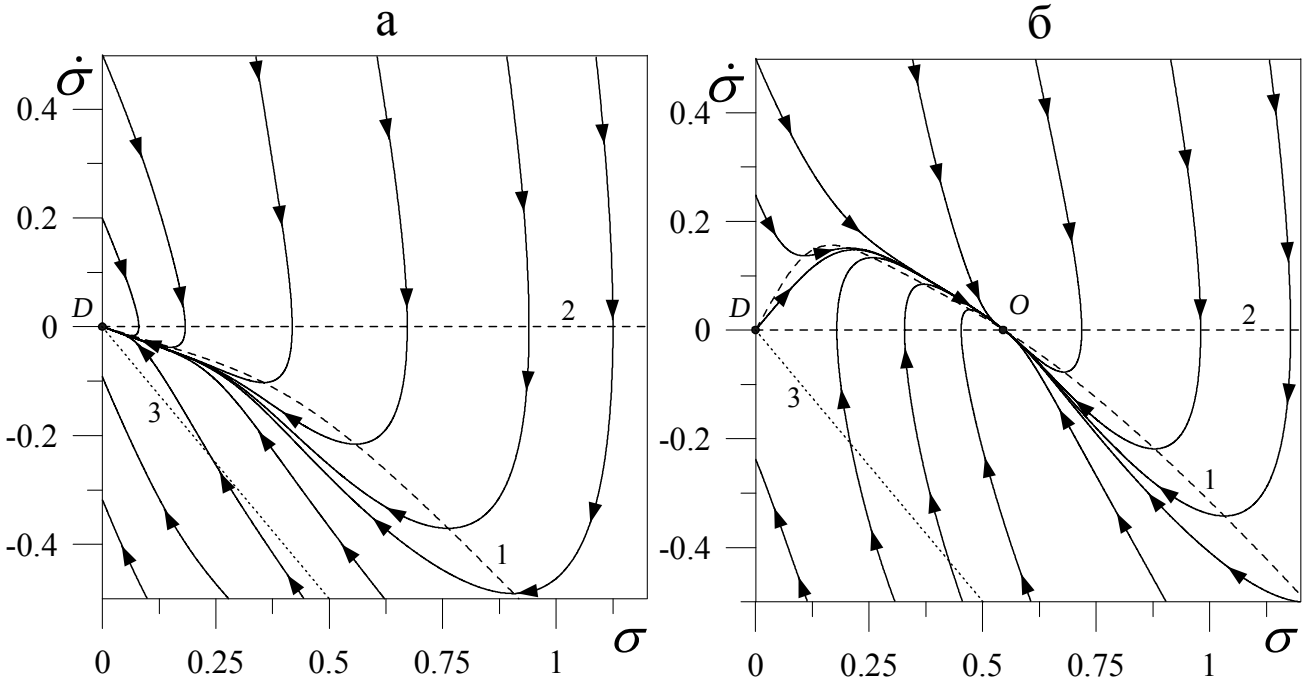

Рис. 2.13. Фазовые портреты при параметрах рис. 2.7 и использовании зависимости (2.25) для $\tau_\varepsilon = \tau_\sigma$: а — $T_e = 2$; б — $T_e = 9$.

при этом также возможно прерывистое движение.

Случаю, когда температура T_e выше T_{c0}, и смазка жидкоподобна, соответствует фазовый портрет, показанный на рис. 2.13б. Он характеризуется двумя особыми точками — седлом D и устойчивым узлом O. Система со временем при произвольных начальных условиях (выше прямой 3) приходит к стационарному состоянию, соответствующему точке O, и далее напряжения не изменяются ($\dot\sigma = 0$). Видно, что релаксация напряжений может происходить при наличии прерывистых режимов трения.

2.4. Гистерезисные явления при фазовом переходе первого рода

2.4.1. Скачкообразное плавление

Рисунок 2.8 отвечает случаю фазового перехода второго рода, потому как в точке T_{c0} происходит непрерывный переход, напряжения при этом становятся нену-

левыми. Немонотонность на рис. 2.8 вызвана наличием неустойчивого участка на рис. 2.7. Используя подход, приведенный в подразделе 2.3, можно подобрать параметры таким образом, что кривая $\sigma_0(\varepsilon_0)$ является монотонной, однако на зависимости $\sigma_0(T_e)$ реализуется гистерезис.

На рис. 2.14 приведены соответствующие зависимости стационарных сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры поверхностей трения и деформации. Видно,

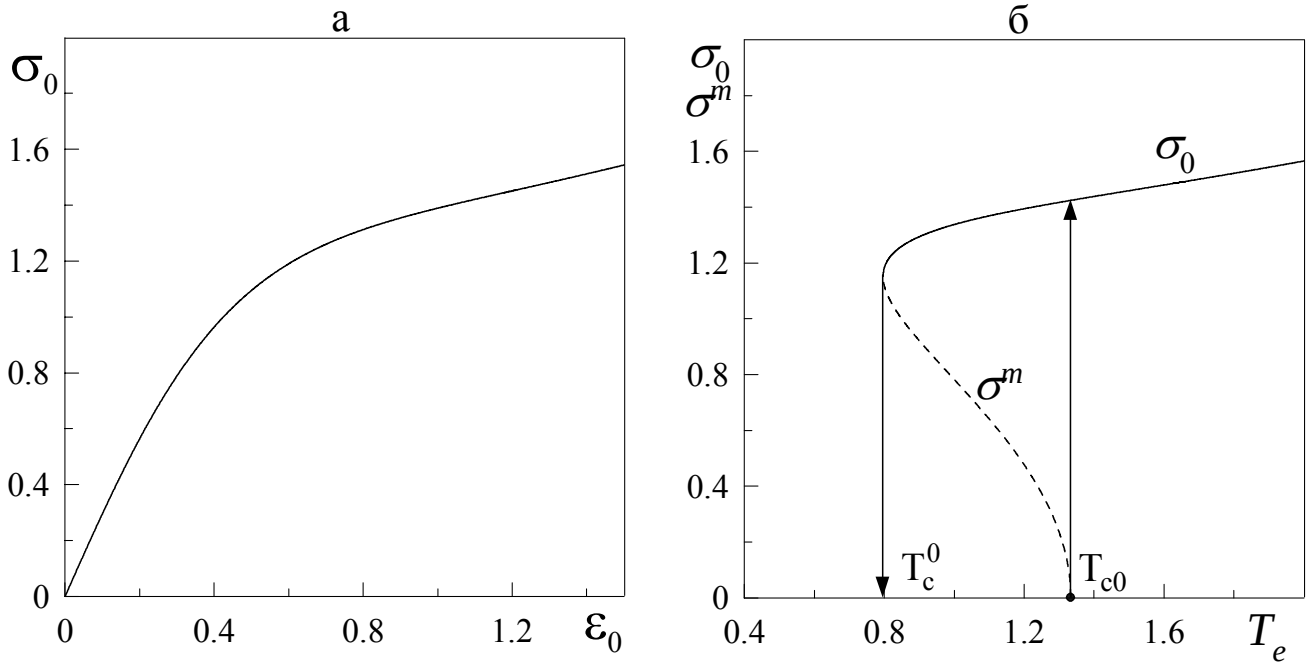

Рис. 2.14. Зависимости стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m: а – от сдвиговой деформации ε_0; б – от температуры поверхностей трения T_e при $\theta = 0.2$, $g_\theta = 0.6$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 2.0$.

что на рис. 2.14б появляется немонотонность, и в интервале $T_c^0 < T_e < T_{c0}$ реализуется двузначный участок, присущий фазовым переходам первого рода. Штриховая кривая отвечает неустойчивым стационарным значениям напряжений σ^m, сплошная – устойчивым σ_0. Отметим, что $\sigma^m(T_e)$ соответствует гуковскому участку зависимости $\sigma_0(\varepsilon_0)$, которая показана на рис. 2.14а.

На рис. 2.15 приведена зависимость потенциала (2.37) от величины напряжений при фиксированных температурах поверхностей трения, соответствующая параметрам рис. 2.14. Ниже критического значения T_c^0 напряжения в смазке отсутствуют ($\sigma_0 = 0$). Данному диапазону температур соответствует вид потенциала, показанный кривой 1 на рис. 2.15, где реализуется один нулевой минимум при $\sigma_0 = 0$,

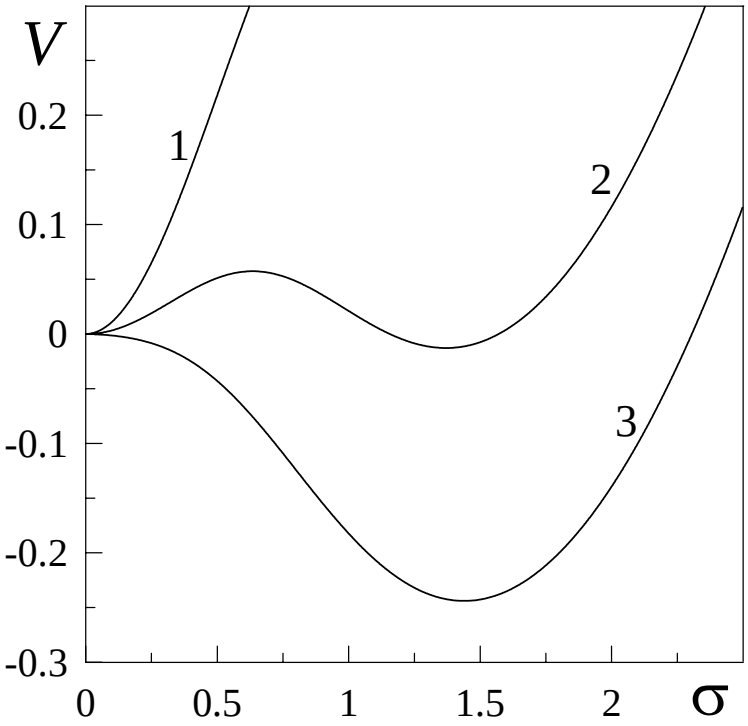

Рис. 2.15. Зависимость синергетического потенциала V (2.37) от величины сдвиговых напряжений σ при параметрах рис. 2.14, кривые 1–3 отвечают значениям температуры $T_e = 0.6, 1.1, 1.4$ соответственно.

при этом смазка твердоподобна. В точке $T_e = T_c^0$ на зависимости $V(\sigma)$ появляется плато. С дальнейшим увеличением температуры в области $T_c^0 < T_e < T_{c0}$ потенциал имеет вид, показанный кривой 2. Здесь появляется потенциальный барьер, который разграничивает нулевой и ненулевой минимумы потенциала. В связи с этим система не может прийти в устойчивое состояние $\sigma_0 \neq 0$, и реализуется нулевое значение сдвиговых напряжений σ. Пунктирная кривая на рис. 2.14 отвечает максимуму потенциала, сплошная кривая — его ненулевому минимуму. Как видно из рисунка, при $T_e = T_{c0}$ (2.38) происходит скачкообразное увеличение значения σ, и система переходит на участок зависимости $\sigma_0(T_e)$. Этот переход связан с тем, что при $T_e = T_{c0}$ максимум $V(\sigma)$ исчезает, и с дальнейшим ростом T_e реализуется один ненулевой минимум потенциала (кривая 3 рис. 2.15). С дальнейшим увеличением температуры T_e стационарное значение напряжений σ_0 растет, и смазка становится менее вязкой, при этом $V(\sigma)$ имеет вид, показанный кривой 3. Теперь с уменьшением температуры до значения T_c^0 смазка жидкоподобна ($\sigma_0 \neq 0$), при $T_e = T_c^0$ она

скачкообразно затвердевает ($\sigma_0 = 0$), поскольку на потенциале исчезает барьер и остается один нулевой минимум $V(\sigma)$.

Отличительной особенностью такого поведения является то, что гуковский участок зависимости весь является неустойчивым, так как отвечает максимуму потенциала, и существует только один тип твердоподобного состояния смазки с нулевым значением напряжений.

2.4.2. Фазовая кинетика

Для исследования поведения системы до установления стационарного состояния методом фазовой плоскости воспользуемся уравнениями (2.40), (2.41), полученными в подпункте 2.3.3.1.

При этом фазовые портреты в области температур $T_e < T_c^0$ оказываются аналогичными приведенным на рис. 2.11. Кинетика системы в температурной области $T_e > T_c^0$ рисунка 2.14б, соответствующей устойчивому жидкостному трению, качественно совпадает с показанной на рис. 2.12. Реализуется жидкостное трение, и с течением времени устанавливается ненулевое стационарное значение сдвиговых напряжений $\sigma_0 \neq 0$, отвечающее минимуму синергетического потенциала $V(\sigma)$.

На рис. 2.16 приведены фазовые портреты для температуры, соответствующей участку $T_c^0 < T_e < T_{c0}$ рис. 2.14б, на котором реализуются устойчивые и неустойчивые значения стационарных сдвиговых напряжений. Потенциал системы в этом случае имеет вид, показанный кривой 2 на рис. 2.15. Как и ранее, линии 1 и 2 являются изоклинами. Фазовые портреты характеризуются тремя особыми точками: узлом D в начале координат, который описывает сухое трение; седлом N, соответствующим максимуму зависимости $V(\sigma)$ (неустойчивая стационарная точка); узлом O, отвечающим ненулевым стационарным напряжениям, которые соответствуют участку пластического течения на зависимостях, приведенных на рис. 2.14. Эти точки даются пересечением изоклин. В зависимости от начальных условий система в результате релаксации может прийти как к режиму устойчивого сухого трения (узел D), так и к режиму трения скольжения (точка O).

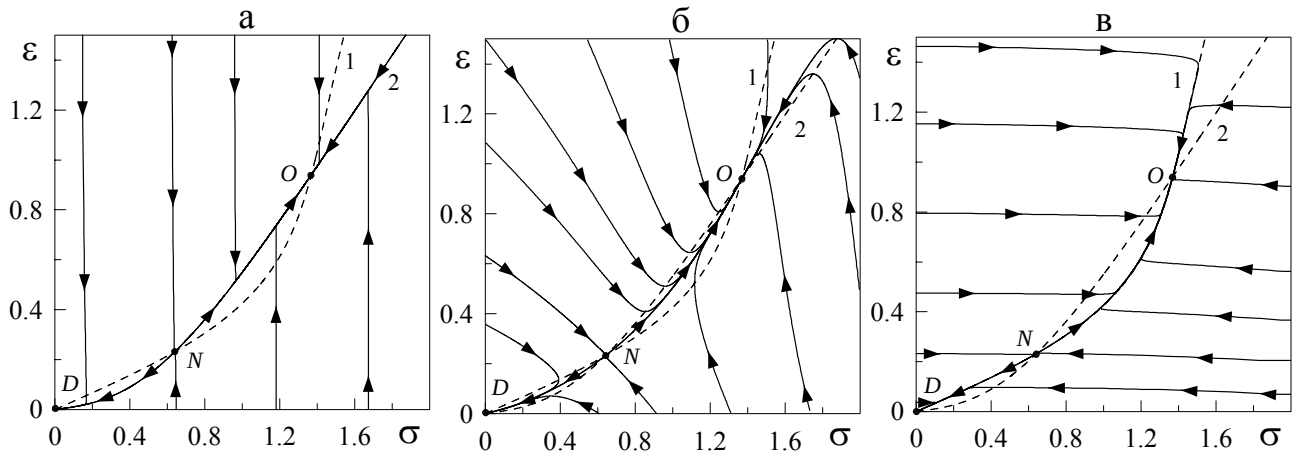

Рис. 2.16. Фазовые портреты при параметрах рис. 2.14 и $T_e = 1.1$: а — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 0.01\tau_\sigma$; б — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = \tau_\sigma$; в — $\tau_T \ll \tau_\varepsilon = 100\tau_\sigma$.

При $\tau = 0.01$ наблюдается картина, показанная на рис. 2.16а. Здесь, как и на рис. 2.11а, фазовые траектории быстро сбегаются к линии, близкой к изоклине 2 из любой точки фазовой плоскости при сохранении напряжений. Далее система релаксирует к узлу D или O, и устанавливается определяемый этими точками стационарный режим трения. Наклон кривой, по которой осуществляется движение на втором этапе, зависит от начальных условий. Так, к точке O система релаксирует по пластическому участку изоклины 2, к точке D — по ее гуковскому участку. С течением времени смазка становится более жидкой, если $\sigma_N < \sigma_i < \sigma_O$, и наоборот более вязкой при $\sigma_i > \sigma_O$, где σ_i и σ_O — начальное и стационарное значения напряжений. В этих случаях система приходит к особой точке O. При $\sigma_i < \sigma_N$ смазка со временем затвердевает, и реализуется сухое трение (точка D).

Как видно из рис. 2.16б, для $\tau = 1$ при установлении стационарного значения напряжений и деформации возможно прерывистое движение.

На рис. 2.16в приведен фазовый портрет для $\tau = 100$, где, как и ранее, видны два этапа. Сначала напряжения быстро релаксируют к изоклине 1, а затем осуществляется медленное движение до установления стационарного состояния. Так как изоклины 1 и 2 не имеют качественных отличий (на обоих реализуется пластический и гуковский участок зависимости $\sigma_0(\varepsilon_0)$), поведение системы на этом рисунке качественно совпадает с описанным для $\tau = 0.01$ (рис. 2.16а). Отличие

состоит в том, что на первом этапе здесь постоянна деформация, а не напряжения.

На вид фазовых портретов существенное влияние оказывает величина параметра β. На рисунке 2.17 приведен фазовый портрет при $\beta = 100$. По виду изоклины

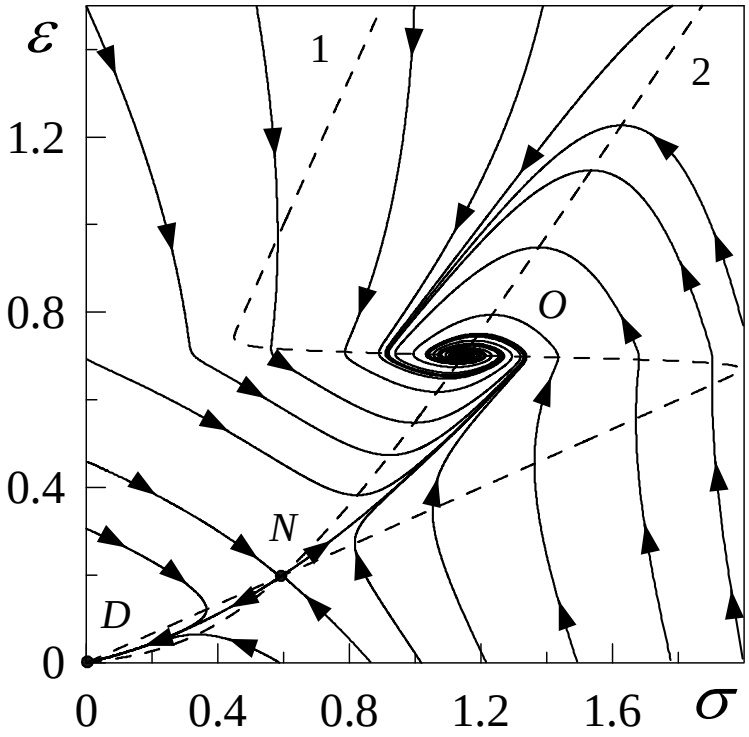

Рис. 2.17. Фазовый портрет при параметрах рис. 2.16б и $\beta = 100$.

1 можно заключить, что гуковский и пластический участки на соответствующей диаграмме нагружения становятся при этом более выраженными. Однако основное отличие этого случая от приведенного на рисунке 2.16б состоит в том, что точка O представляет не узел, а фокус, описывающий релаксационные колебания вплоть до установления равновесия. Такие колебания соответствуют $stick - slip$ режиму трения. При увеличении параметра β фазовые траектории вокруг фокуса растягиваются вдоль оси напряжений, при этом амплитуда $stick - slip$ переходов растет. Релаксационные временны́е зависимости напряжений для параметров рисунка 2.17 приведены на рис. 2.18. Здесь с увеличением β колебания становятся более продолжительными. На рисунке 2.18г зависимость $\sigma(t)$ становится пилообразной, что наблюдается в экспериментах. Режим, в котором при постоянных скоростях сдвига прерывистое трение со временем сменяется скольжением, найден экспериментально [82].

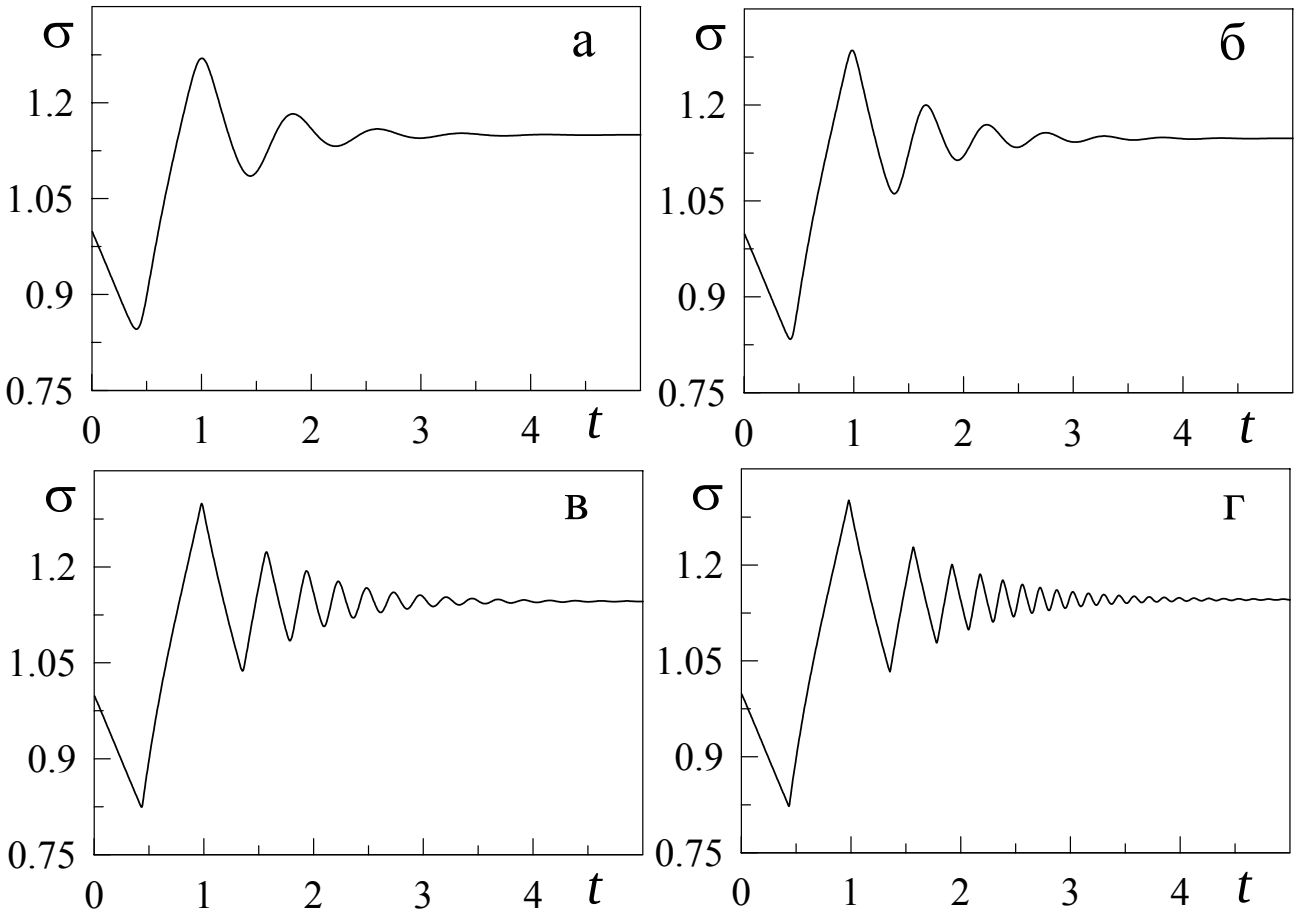

Рис. 2.18. Релаксационные зависимости $\sigma(t)$, полученные при совместном решении уравнений (2.40), (2.41) для параметров рис. 2.17. Рисунки а, б, в, г соответствуют значениям параметра $\beta = 50, 100, 500, 1500$ соответственно.

2.5. Выводы

1. Показано, что плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-гладкими слюдяными поверхностями может быть представлено как результат спонтанного появления сдвиговых напряжений, вызванного нагревом поверхностей трения выше критического значения (2.38). Исходной причиной процесса самоорганизации является положительная обратная связь T и σ с ε в уравнении (2.3), обусловленная температурной зависимостью сдвиговой вязкости (1.24), приводящей к ее расходимости. Отрицательная обратная связь σ и ε с T в (2.4) обеспечивает устойчивость системы.

2. Исследованы системы, описывающиеся температурными зависимостями

вязкости в виде степенного соотношения и закона Фогеля-Фулчера. В обоих случаях найдены общие выражения для температуры плавления смазки. Определены параметры, при которых трение уменьшается.

3. Проведен учет деформационного дефекта модуля сдвига, который позволяет представить фазовый переход первого рода, соответствующий плавлению кристаллической смазки. При этом жидкоподобное и твердоподобное состояния разделены потенциальным барьером, и представляют собой метастабильные фазы, которые могут сосуществовать. При отсутствии потенциального барьера реализуется фазовый переход второго рода, отвечающий непрерывному плавлению аморфной смазки.

4. Показано, что может реализоваться как скачкообразное плавление смазки, когда внутреннее сдвиговое напряжение превышает определенное критическое значение, так и непрерывное плавление. Согласно зависимости стационарного напряжения от температуры поверхностей трения, существуют три режима поведения смазки. Первый отвечает нулевым сдвиговым напряжению и деформации, второй — гуковскому участку диаграммы нагружения, и третий — участку пластического течения. Скачкообразное плавление характеризуется гистерезисом зависимостей стационарного напряжения от деформации и температуры поверхностей трения, который наблюдается в экспериментах. Найдены параметры системы, при которых реализуется гистерезисное поведение.

5. Методом фазовой плоскости проанализирована эволюция напряжений и деформации, а также скорости изменения напряжений. Найден режим, в котором устойчивые стационарные состояния смазки достигаются в результате релаксационных колебаний, которые представляют прерывистое трение. К твердоподобному состоянию система медленно релаксирует по гуковскому участку, к жидкоподобному — по пластическому.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в статьях [29,33–35] и тезисах конференций [75–81].

РАЗДЕЛ 3

ВЛИЯНИЕ БЕЛОГО ШУМА

Белый шум — шум, время корреляции которого намного меньше всех характерных времен физической системы. Математической моделью такого шума служит гауссов случайный процесс с нулевым средним и корреляционной функцией

$$\langle \xi(t)\xi(t+\tau)\rangle = \sigma^2\delta(\tau), \tag{3.1}$$

где σ^2 — интенсивность шума. Корреляционной функции (3.1) отвечает равномерный спектр с бесконечной шириной и равное нулю время корреляции.

Модель белого шума используют для описания воздействия шумов с малым временем корреляции на физические системы, обладающие конечной шириной полосы пропускания, в пределах которой спектр реального шума можно считать равномерным. Например тепловой шум, спектр которого равномерен в том интервале частот, где постоянно сопротивление источника шума.

Шумы вводятся для решения задач с множеством неоднородностей, дефектов, внешних воздействий и т.д. Обычно их влияние можно представить как шум. Например, в случае броуновского движения на микроуровне видны столкновения молекул, описываемые законами механики. На макроуровне из-за огромного количества столкновений в единицу времени движение хаотично. Однако, записав уравнение Ланжевена с шумом для броуновского движения, можно аналитически предсказать вероятность нахождения частицы в любой координатной области.

В данном разделе проведен анализ влияния белого шума на плавление ультратонкой пленки смазки. Так как система имеет малые размеры, влияние шума оказывается существенным, и его необходимо учитывать. Включение в рассмотрение шума позволяет описать $stick - slip$ режим.

3.1. Динамическая фазовая диаграмма

На нижней панели рисунка 1.4 показан $stick - slip$ режим, в котором сила трения изменяется во времени перидически. Однако возможен случай, когда она изменяется случайным образом. Такой режим обнаружен методом молекулярной динамики [7] и показан на рисунке 3.1. Подобный нерегулярный режим наблюдался

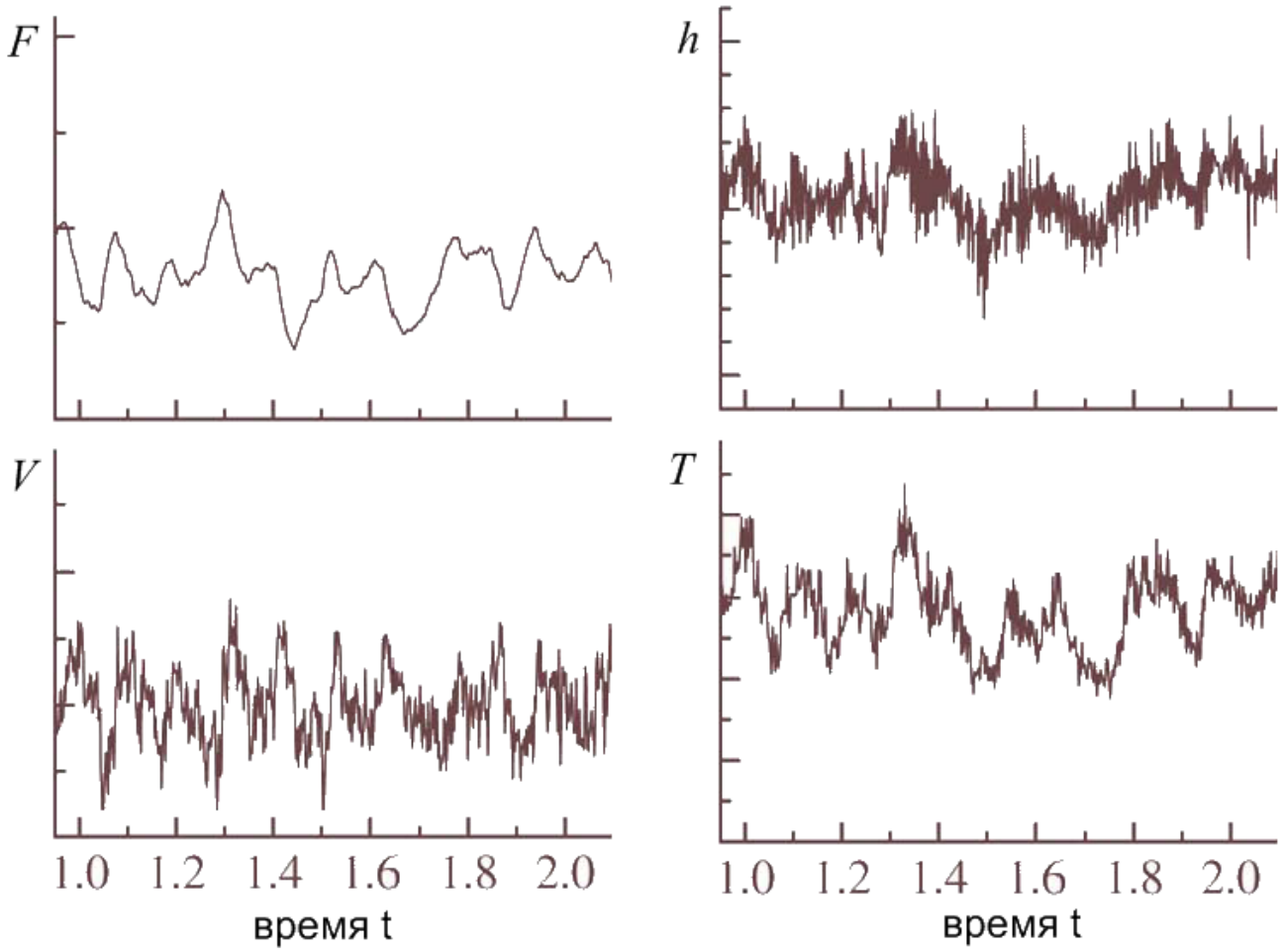

Рис. 3.1. Временны́е зависимости силы трения F, скорости верхней сдвигаемой поверхности V, толщины смазки h и температуры смазки T. Время t измерено в единицах 10^{-4} с [7].

в экспериментах [82], в которых в качестве смазки использовалась пленка тетрадекана толщиной 0.8 нм, что соответствует двум монослоям вещества, и скорость сдвига близка к критическому значению. Очевидно, данный режим вызван флуктуациями, которые оказываются существенными за счет малости системы. Причем флуктуации испытывает также температура смазки T, которая представляет сред-

нюю величину. Выясним причину таких флуктуаций.

В молекулярной динамике температура системы вводится через удельное среднее значение кинетической энергии:

$$E = \frac{\sum_{n=1}^{N} m_n v_n^2}{2N}, \tag{3.2}$$

где m — молекулярная масса атома, v — его скорость и N — полное число атомов [83]. Выражение (3.2) представляет среднее значение, возле которого происходят флуктуации энергии частиц, составляющих систему. При большом количестве частиц система со временем приходит к состоянию термодинамического равновесия, при котором значение (3.2) не изменяется во времени. Однако мы рассматриваем систему, в которой количество частиц ограничено (пленка смазки имеет толщину в несколько атомных слоев). Поэтому значение (3.2) изменяется со временем случайным образом за счет флуктуаций скорости ограниченного числа частиц и его уже нельзя считать постоянным средним значением. Таким образом, энергия будет флуктуировать. При изменениях кинетической энергии (3.2) потенциальная энергия изменяется таким образом, что полная энергия системы остается постоянной.

Кинетическая энергия системы и ее температура связаны следующим соотношением:

$$E = \frac{i}{2} kT, \tag{3.3}$$

где i — число степеней свободы (в нашем случае $i = 3$), k — постоянная Больцмана. Сравнивая (3.2) и (3.3), получаем мгновенное значение температуры:

$$T = \frac{\sum_{n=1}^{N} m_n v_n^2}{3kN}. \tag{3.4}$$

Для вычисления температуры рассматриваемой системы необходимо в (3.4) дополнительно проводить усреднение по времени. Однако, как показано выше, данное значение для ультратонких пленок не является постоянным. Например, когда сдвиговые напряжения превышают критическое значение, наступает плавление, при котором скорости частиц смазки возрастают, поскольку система становится

разупорядоченной. Увеличению флуктуаций также способствует неоднородность системы – дефекты кристаллического состояния смазки, неровности поверхностей трения, примеси в используемой смазке, неоднородное распределение температуры термостата и т.п. Указанные эффекты в экспериментальных ситуациях всегда имеют место. Для их учета и вводятся в рассмотрение флуктуации энергии.

Далее рассматривается влияние флуктуаций энергии (3.2). Используя линейную связь между энергией и температурой (3.3), учтем флуктуации энергии, введя флуктуации температуры, которая явно входит в эволюционные уравнения. В данном и последующих разделах под флуктуациями температуры подразумеваются флуктуации кинетической энергии частиц смазки. Однако флуктуации температуры таким образом можно вводить только для ультратонких пленок смазок, состоящих из ограниченного числа частиц.

Уравнения Лоренца (2.2) — (2.4) имеют макроскопический характер, благодаря чему напряжения σ, деформация ε и температура T представляют величины, усредненные по физически малому объему. Для учета флуктуаций введем в правые части уравнений (2.2) — (2.4) стохастические слагаемые в виде аддитивных шумов $\sqrt{I_\sigma}\xi_1(t)$, $\sqrt{I_\varepsilon}\xi_2(t)$, $\sqrt{I_T}\xi_3(t)$, где I_σ, I_ε и I_T – интенсивности шумов напряжений, деформации и температуры. Они измерены в единицах σ_s^2, $\varepsilon_s^2\tau_\varepsilon^{-2}$, $(T_c\kappa/l)^2$ соответственно.

Функции $\xi_i(t)$ представляют δ-коррелированные стохастические источники. Их моменты определяются следующим образом [3]:

$$\langle \xi_i(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_i(t)\xi_j(t') \rangle = 2\delta_{ij}\delta(t-t'). \tag{3.5}$$

Распределение значений $\xi_i(t)$ по их величине ξ_i является гауссовым [84]:

$$P(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\mu} \exp\left\{-\frac{\xi_i^2}{2\mu^2}\right\}. \tag{3.6}$$

Здесь μ^2 представляет второй момент источника:

$$\mu^2 \equiv \langle \xi_i^2(t) \rangle = 2\delta(0), \tag{3.7}$$

[3] Здесь множитель 2 выбран для того, чтобы величина $I(\sigma)$ играла в соответствующем уравнении Фоккера–Планка (3.12) роль коэффициента диффузии.

расходящийся как $1/\tau$, где $\tau \to 0$ – ширина δ-функции, которая в реальных физических системах всегда принимает ненулевое значение.

Тогда в рамках адиабатического приближения (2.11) уравнения (2.3), (2.4) приводят к временным зависимостям:

$$\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}\xi(t), \quad T(t) = \bar{T} + \widetilde{T}\xi(t); \tag{3.8}$$

$$\bar{\varepsilon} \equiv \sigma\left(T_e - 1 + \sigma^2\right) d(\sigma),\ \tilde{\varepsilon} \equiv \sqrt{I_\varepsilon + I_T\sigma^2}\, d(\sigma),$$

$$\bar{T} \equiv \left(T_e + 2\sigma^2\right) d(\sigma),\ \widetilde{T} \equiv \sqrt{I_T + I_\varepsilon\sigma^2}\, d(\sigma),\ d(\sigma) \equiv (1+\sigma^2)^{-1}. \tag{3.9}$$

Здесь детерминистические составляющие сводятся к равенствам, полученным в [57], а флуктуационные следуют из известного свойства аддитивности дисперсий гауссовых случайных величин [24, 74]. Таким образом, синергетический принцип соподчинения [12, 23, 25] преобразует аддитивные шумы деформации ε и температуры T в мультипликативные. В результате выражения (2.2), (3.8) и (3.9) приводят к уравнению Ланжевена:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = f(\sigma) + \sqrt{I(\sigma)}\,\xi(t), \tag{3.10}$$

где обобщенная сила $f(\sigma)$ и эффективная интенсивность шума $I(\sigma)$ задаются равенствами:

$$\begin{aligned} f(\sigma) &\equiv -\sigma + g\sigma\left[1 - (2 - T_e)\, d(\sigma)\right], \\ I(\sigma) &\equiv I_\sigma + \left(I_\varepsilon + I_T\sigma^2\right) g^2 d^2(\sigma), \quad d(\sigma) \equiv \left(1+\sigma^2\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

В общем случае уравнению Ланжевена (3.10) может отвечать бесконечное множество форм уравнений Фоккера-Планка (УФП). При решении конкретной физической задачи встает вопрос об использовании той или иной формы записи. Две наиболее часто используемые записи – это вид Ито и Стратоновича. Так как нашей целью является качественное описание, используем самый простой подход Ито[4], в рамках которого УФП запишется в виде [13, 24]:

$$\tau_\sigma \frac{\partial P(\sigma,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial\sigma}\left[f(\sigma)P(\sigma,t)\right] + \frac{\partial^2}{\partial\sigma^2}\left[I(\sigma)P(\sigma,t)\right]. \tag{3.12}$$

[4]При использовании исчисления Стратоновича все полученные далее результаты качественно не изменяются.

С течением времени распределение решений (3.10) становится стационарным и его явный вид может быть найден из (3.12) при $\partial P(\sigma,t)/\partial t = 0$:

$$P(\sigma) = \mathcal{Z}^{-1} \exp\{-U(\sigma)\}. \tag{3.13}$$

Полученное распределение определяется нормировочной постоянной

$$\mathcal{Z} = \int_0^{+\infty} d\sigma \exp\{-U(\sigma)\} \tag{3.14}$$

и эффективным потенциалом

$$U(\sigma) = \ln I(\sigma) - \int_0^{\sigma} \frac{f(\sigma')}{I(\sigma')} \mathrm{d}\sigma'. \tag{3.15}$$

Уравнение, определяющее положение максимумов функции $P(\sigma)$, имеет вид [74]

$$(1-g)x^3 + g(2-T_e)x^2 - 2g^2 I_T x + 4g^2(I_T - I_\varepsilon) = 0, \quad x \equiv 1+\sigma^2. \tag{3.16}$$

Таким образом, абсциссы максимумов распределения $P(\sigma)$ не зависят от интенсивности аддитивного шума I_σ.

При фиксированной интенсивности I_ε фазовая диаграмма имеет вид [85], показанный на рис. 3.2, где линии 1, 2 отвечают пределам потери устойчивости системы. Выше прямой 1, определяемой равенством

$$T_e = 1 + g^{-1} + 2g\,(I_T - 2I_\varepsilon)\,, \tag{3.17}$$

наиболее вероятное значение напряжений $\sigma \neq 0$, и смазка находится в жидкоподобном состоянии, обеспечивая устойчивое жидкостное трение (SF). Ниже кривой 2, касающейся прямой 1 в точке T с координатами

$$T_e^c = \frac{2}{3}(1+2g^{-1}-2gI_\varepsilon), \quad I_T^c = \frac{1}{6g}(g^{-1}-1+8gI_\varepsilon), \tag{3.18}$$

имеется максимум функции $P(\sigma)$ только в точке $\sigma = 0$, и реализуется сухое трение (DF), характерное для твердоподобной пленки смазки. Между этими линиями максимумы $P(\sigma)$ отвечают нулевому и ненулевому значениям напряжений, т.е.

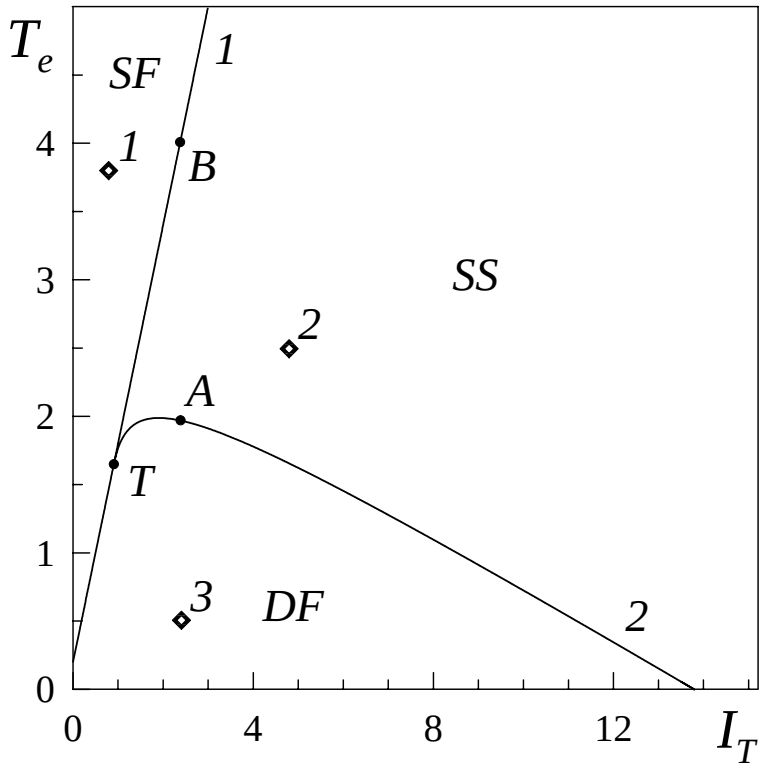

Рис. 3.2. Фазовая диаграмма при $g = 0.8$, $I_\varepsilon = 0.64$ с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистого (SS) трения (T – точка сосуществования трех фаз).

расположена область прерывистого ($stick - slip$) трения (SS), при котором происходят переходы между указанными динамическими режимами трения за счет эффекта плавления сдвигом. Согласно (3.18), плавление смазки возможно даже при нулевой температуре T_e поверхностей трения, если интенсивность флуктуаций деформации превышает критическое значение $I_\varepsilon = (1 + 2g^{-1})/2g$.

3.2. Временны́е зависимости напряжений

Фазовая диаграмма состояний системы построена согласно аналитически найденному распределению $P(\sigma)$. Теперь проделаем аналогичную процедуру, анализируя уравнение (3.10) численно. Это обусловлено тем, что в эксперименте обычно измеряются временны́е зависимости исследуемых физических величин. Кроме того, данная процедура позволит еще раз показать, что между УФП в форме Ито и

уравнением Ланжевена (3.10) существует однозначное соответствие.

Умножив (3.10) на dt, получим дифференциальное соотношение Ланжевена:

$$\tau_\sigma d\sigma = f(\sigma)dt + \sqrt{I(\sigma)}dW(t), \tag{3.19}$$

где винеровский процесс

$$dW(t) = W(t+dt) - W(t) \equiv \xi(t)dt \tag{3.20}$$

обладает следующими свойствами [86]:

$$\langle dW(t)\rangle = 0; \quad \langle (dW(t))^2\rangle = 2dt. \tag{3.21}$$

В рамках подхода Ито полагается, что стохастические процессы $\sigma(t)$ и $dW(t)$, входящие в последний член уравнения (3.19), статистически некоррелированные [13]. Для численного решения уравнения (3.19) воспользуемся методом Эйлера. Измерив время в единицах τ_σ, с учетом определения дискретного аналога дифференциала случайной силы $dW(t) \equiv \sqrt{\Delta t}W_n$, получим итерационную процедуру расчета временно́й зависимости напряжений:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + f(\sigma_n)\Delta t + \sqrt{I(\sigma_n)\Delta t}W_n. \tag{3.22}$$

Решение уравнения производится на временно́м интервале $t \in [0, T]$. При заданном количестве итераций N (числе точек временно́й зависимости) приращение времени определяется как $\Delta t = T/N$. Сила W_n обладает следующими свойствами:

$$\langle W_n\rangle = 0, \quad \langle W_n W_{n'}\rangle = 0, \quad \langle W_n^2\rangle \to 2. \tag{3.23}$$

Адекватно представить случайную силу, обладающую свойствами белого шума, позволяет модель Бокса-Мюллера [21]:

$$W_n = \mu\sqrt{-2\ln r_1}\cos(2\pi r_2), \quad r_i \in (0, 1], \tag{3.24}$$

где $\mu = \sqrt{2}$, а W_n – абсолютно случайное число со свойствами (3.23), (3.6). Псевдослучайные числа r_1 и r_2 имеют равномерное распределение и повторяются через определенный интервал.

Эффективный потенциал (3.15) имеет минимумы при положительном и отрицательном значениях напряжений σ. Поэтому при численном решении уравнения (3.10) за счет флуктуаций будут осуществляться переходы системы между указанными минимумами. Так как мы рассматриваем движение сдвигаемой поверхности в одну сторону, будем считать отрицательную область $\sigma < 0$ нефизичной, что позволяет анализировать далее поведение $|\sigma|$.

Траектории $|\sigma|(t)$ для различных областей фазовой диаграммы показаны на рис. 3.3. Верхняя панель рисунка соответствует точке 1 на рис. 3.2 (SF). Здесь

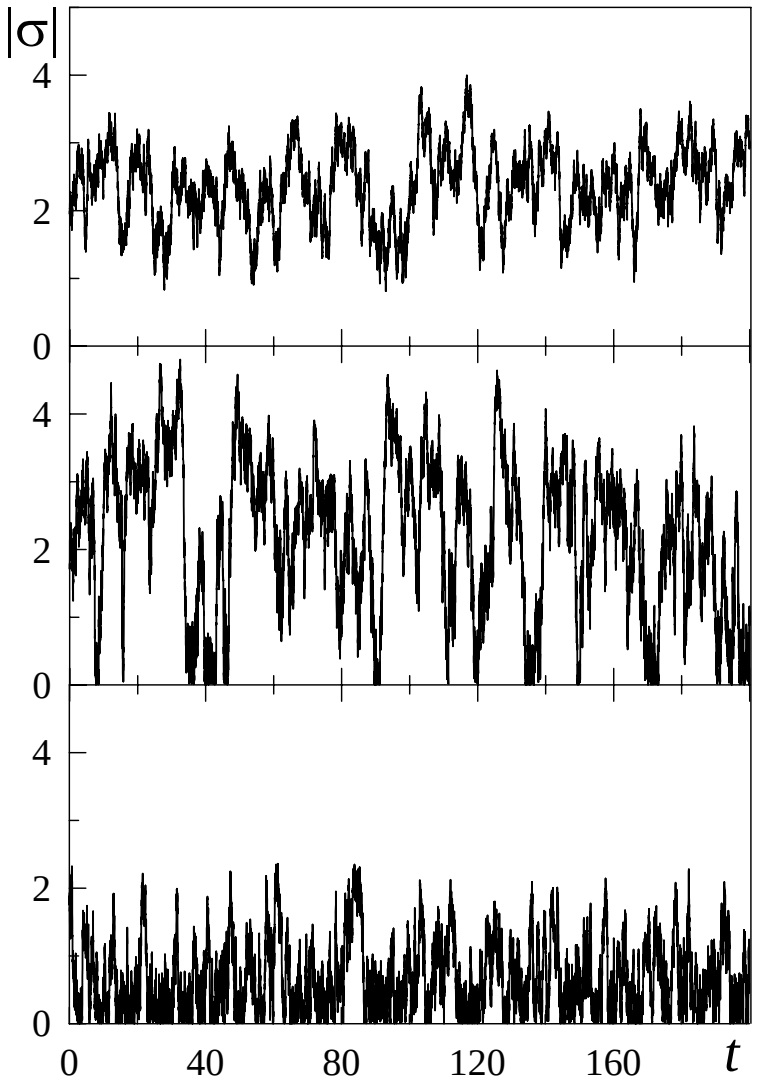

Рис. 3.3. Временны́е зависимости напряжений $|\sigma|(t)$, соответствующие режимам, показанным точками на рис. 3.2 при $I_\sigma = 0.08$: верхняя панель – точка 1 – $I_T = 0.8$, $T_e = 3.8$ (SF); средняя панель – точка 2 – $I_T = 4.8$, $T_e = 2.5$ (SS); нижняя панель – точка 3 – $I_T = 2.4$, $T_e = 0.5$ (DF).

видны флуктуации вблизи ненулевого устойчивого значения напряжений. Данный

режим соответствует жидкоподобной структуре смазки. Средняя панель отвечает точке 2 рис. 3.2 (SS). Здесь реализуются частые переходы между нулевым и ненулевым значениями напряжений, что соответствует режиму прерывистого трения, когда смазка постоянно плавится и затвердевает в процессе движения. Нижняя панель рисунка соответствует точке 3 рис. 3.2 (DF). Здесь осуществляются флуктуации вблизи $\sigma = 0$, что отвечает твердоподобной структуре смазки.

На рис. 3.4а приведено распределение вероятности (3.13) для точек, указанных на фазовой диаграмме, на рис. 3.4б представлены аналогичные распределения, полученные численно при решении уравнения Ланжевена и отвечающие траекториям на рис. 3.3. Видно, что соответствующие зависимости $P(\sigma)$ в обоих случаях идеально совпадают, что подтверждает соответствие УФП в форме Ито (3.12) и полученной итерационной процедуры (3.22). Кривая 1 соответствует области жидкостного трения на фазовой диаграмме, где реализуется только ненулевой максимум $P(\sigma)$; кривая 2 – области прерывистого трения, здесь сосуществуют нулевой и ненулевой максимумы; области сухого трения отвечает кривая 3 с одним нулевым максимумом $P(\sigma)$.

В работе [82] приведены экспериментальные зависимости силы трения от скорости слюдяных сдвигаемых поверхностей, между которыми помещались гидрокарбоновые и силиконовая жидкости: циклогексан, октаметилциклотетрасилоксан, n-октан, n-тетрадекан и разветвленный изопарафин 2-метилоктадекан. Согласно им, сила трения сначала линейно увеличивается, а затем устанавливается $stick - slip$ режим, при котором ее значение изменяется, обеспечивая прерывистое движение. В рамках предлагаемого подхода такое поведение может быть объяснено следующим образом: вначале движения преобладает упругая компонента напряжений σ_{el}, и смазка твердоподобна (нижняя панель рис. 3.3). Здесь выполняется закон Гука, а полная сила трения при этом увеличивается. При некотором критическом значении скорости происходят переходы между твердоподобной и жидкоподобной (где преобладает вязкая компонента напряжений σ_v) структурами смазки за счет эффекта “сдвигового плавления” [8] (средняя панель рис. 3.3).

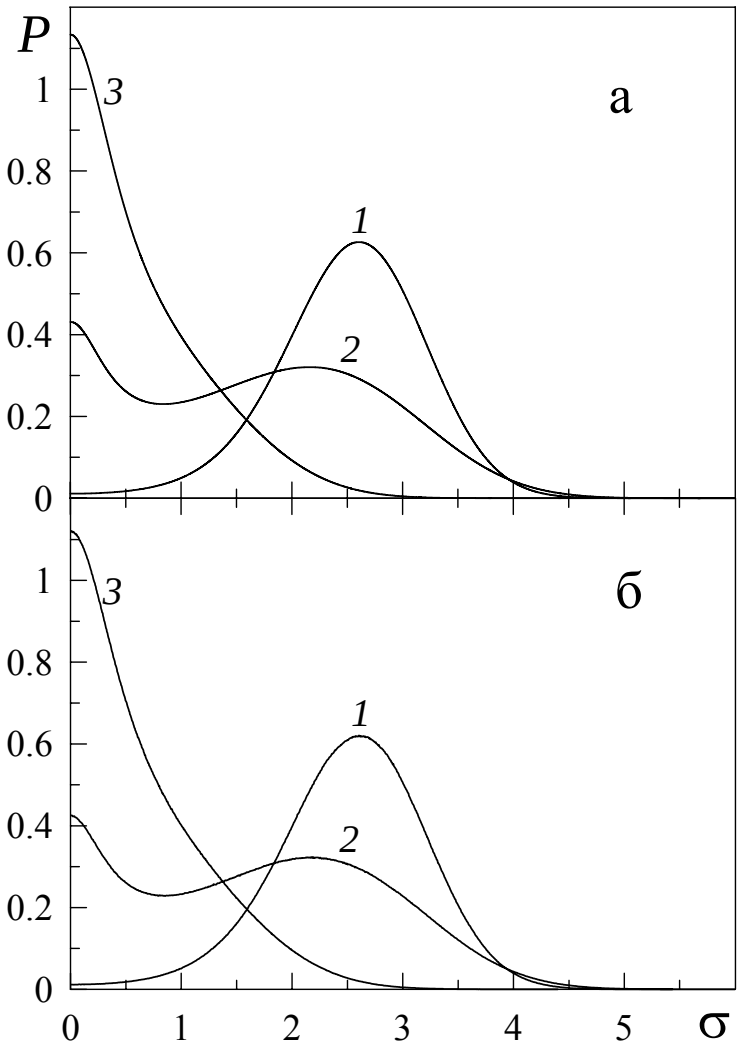

Рис. 3.4. Распределения вероятностей: а – определяемые выражением (3.13) и отвечающие точкам на рис. 3.2; б – найденные при численном анализе уравнения (3.22) с параметрами $N = 1.5 \cdot 10^8$, $T = 10^6$, $\Delta t \approx 0.0067$ и соответствующие траекториям на рис. 3.3.

Согласно рис. 1.6, при повышении температуры поверхностей трения $stick - slip$ режим исчезает, и устанавливается жидкостное трение. Этот факт может быть интерпретирован как переход между режимами, показанными на средней и верхней панелях рис. 3.3. Согласно фазовой диаграмме на рис. 3.2, такой переход происходит с повышением температуры поверхностей T_e.

3.3. Плавление за счет диссипативного разогрева поверхностей трения

Экспериментально измеряются временны́е зависимости силы трения, на которых плавление смазки показано при постоянных скоростях сдвига, например [1, 82]. Следует отметить, что в процессе трения всегда происходит диссипация энергии поступательного движения трущихся поверхностей, что приводит к их разогреву. Причем при твердоподобном состоянии смазки поверхности будут нагреваться быстрее, чем при жидкоподобном. Со временем изменение температуры поверхностей будет все более и более слабым за счет роста количества энергии, отдаваемой во внешнюю среду, пока не установится стационарное значение T_e. Для аппроксимации роста температуры поверхностей трения с течением времени воспользуемся экспоненциальной зависимостью, которая позволяет учесть указанные особенности:

$$T_e(t) = T_e^0(1 - \exp(-Ct)), \tag{3.25}$$

где T_e^0 – устанавливающееся значение T_e, C – константа, которая задает скорость роста температуры на начальном этапе.

На рис. 3.5 приведено решение уравнения Ланжевена $|\sigma|(t)$ с учетом (3.25). На верхней панели представлена зависимость (3.25). Согласно фазовой диаграмме (рис. 3.2), точка A отвечает температуре перехода от сухого трения (DF) к прерывистому (SS). При температуре, показанной точкой B, происходит дальнейший переход к жидкостному режиму трения (SF). Нижняя панель показывает эволюцию напряжений $|\sigma|(t)$, где выделены три временны́е области: DF, SS, SF. В первой области смазка твердоподобна, во второй – происходит прерывистое движение, в третьей – она плавится. Этот рисунок согласуется с экспериментальными данными [1, 7].

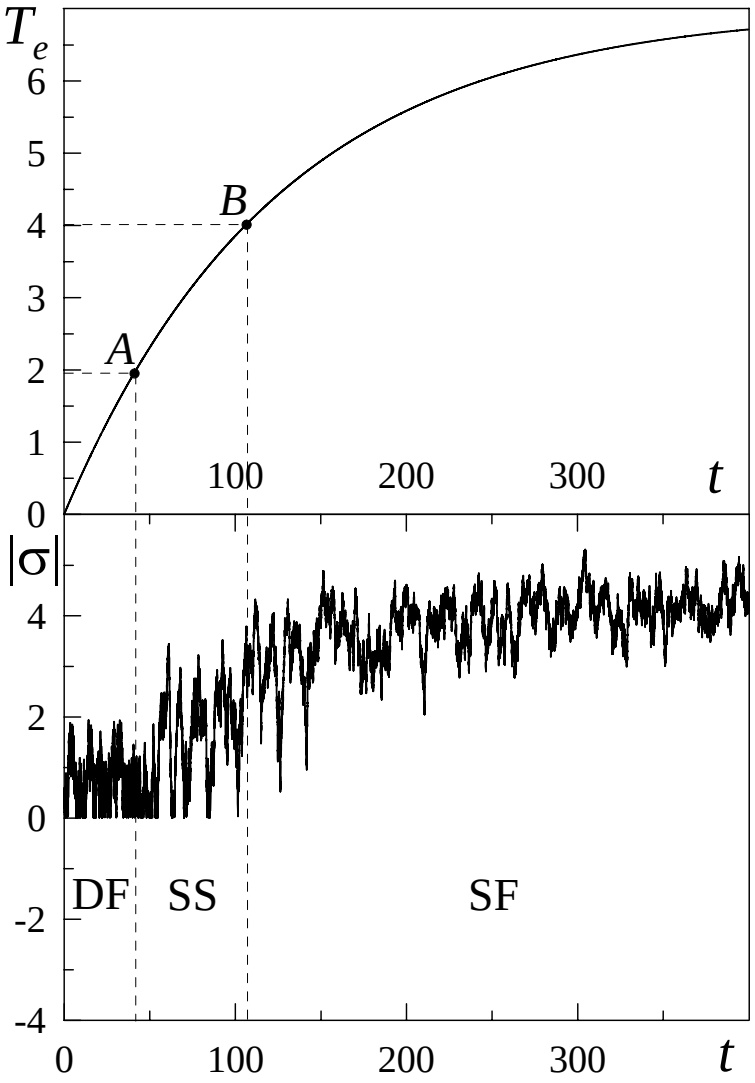

Рис. 3.5. Верхняя панель – зависимость температуры сдвигаемых поверхностей от времени (3.25) при $T_e^0 = 7.0$, $C = 0.008$ (точки A и B отвечают точкам на рис. 3.2); нижняя панель – временна́я зависимость $|\sigma|(t)$, соответствующая параметрам рис. 3.2 при $I_\sigma = 0.01$, $I_T = 2.4$ и изменяющейся температуре T_e, представленной зависимостью (3.25).

3.4. Периодический прерывистый режим трения

В подразделах 3.2 и 3.3 исследован режим спонтанного плавления/затвердевания смазки, при этом сила трения изменяется случайным образом. Однако, как показывают эксперименты, часто происходит периодическое изменение силы трения (см. рис. 1.4). В пункте 2.4.2 в рамках исследуемой модели получены зависимости, на которых напряжения изменяются со временем перио-

дически (рис. 2.18). Однако происходит быстрое затухание колебаний, и в системе устанавливается стационарный жидкостный режим трения, в котором $\sigma = \text{const}$. Указанные зависимости получены при решении уравнений (2.40) и (2.41). Введем в эти уравнения стохастические слагаемые, представляющие аддитивные некоррелированные шумы с моментами (3.5) и интенсивностями I_σ и I_ε:

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g(\varepsilon)\varepsilon + \sqrt{I_\sigma}\xi_1(t), \tag{3.26}$$

$$\tau\dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T_e - 1 - \sigma\varepsilon + \sigma^2)\sigma + \sqrt{I_\varepsilon}\xi_2(t), \tag{3.27}$$

где $g(\varepsilon)$, как и ранее, определяется выражением (2.32). Результат численного решения системы уравнений показан на рисунке 3.6. Здесь начальные значения на-

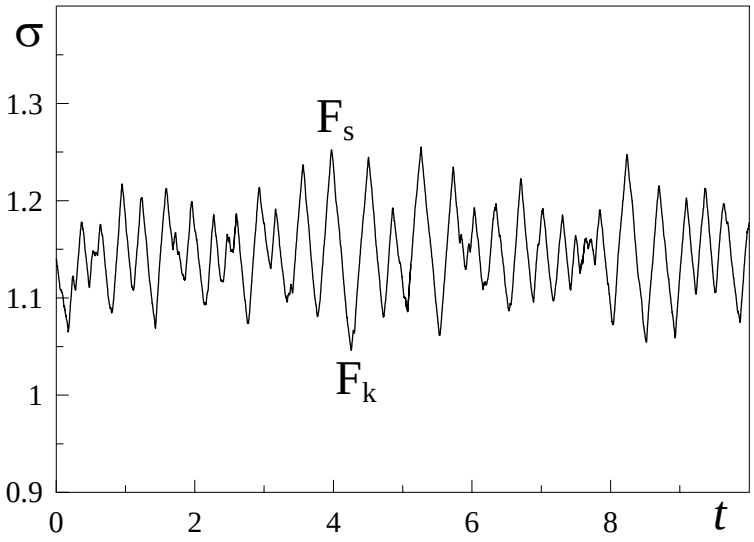

Рис. 3.6. Временны́е зависимости напряжений $\sigma(t)$, полученные при совместном решении уравнений (3.26), (3.27) при параметрах $\theta = 0.2, g_\Theta = 0.6, \alpha = 0.7, \beta = 1000, \tau = 1, T_e = 1.1, I_\sigma = I_\varepsilon = 10^{-4}$.

пряжений и деформации выбраны вблизи фокуса на рисунке 2.17. При этом найденная зависимость $\sigma(t)$ представляет установившийся режим, параметры которого со временем не изменяются. Зависимость визуально является периодической. Чтобы подтвердить этот факт, дополнительно проведем Фурье-анализ. На рисунке 3.7 в двойном логарифмическом масштабе показана спектральная плотность мощности $S(\nu)$, соответствующая зависимости, приведенной на рис. 3.6. С ростом частоты составляющей сигнала ее мощность спадает, однако при $\nu \approx 2.5$ Гц на-

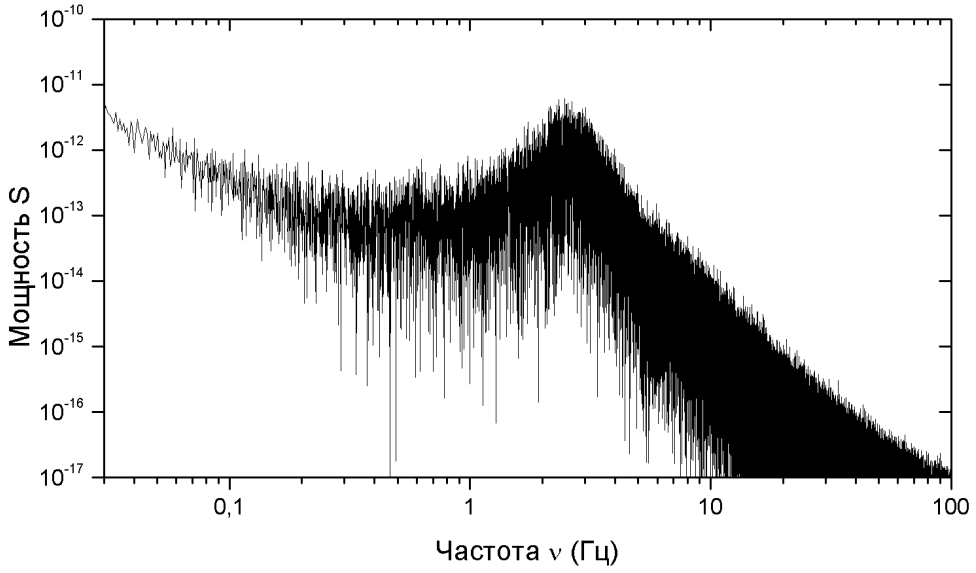

Рис. 3.7. Спектральная плотность мощности для зависимости, показанной на рисунке 3.6.

блюдается пик зависимости, что свидетельствует о наличии периодической составляющей на зависимости $\sigma(t)$.

Таким образом, на рис. 3.6 реализуются периодические пилообразные изменения напряжений, что соответствует колебательному процессу в системе. При этом происходят переходы между жидкоподобной структурой смазки с кинетической силой трения F_k и твердоподобной со статической силой трения F_s, что соответствует $stick - slip$ режиму. Ранее полагалось, что твердоподобной структуре соответствуют нулевые напряжения, а когда они становятся ненулевыми при повышении температуры T_e выше критического значения, смазка плавится. Здесь же реализуется следующая ситуация. Пусть в начале напряжения минимальны, что, как и ранее, соответствует твердоподобной смазке. Если привести поверхности в движение, σ растут (любой восходящий участок рассматриваемой зависимости). При превышении напряжениями критического значения происходит плавление, затем упругая компонента σ_{el} релаксирует, суммарные напряжения также уменьшаются (убывающий участок зависимости). Когда напряжения в результате релаксации приобретают значение, недостаточное для поддержания смазки в жидкоподобном состоянии, она затвердевает, и процесс повторяется. Таким образом, как и ранее, плавление происходит при больших напряжениях. Отметим, что описанный режим

отличается от показанного на верхней панели рисунка 3.3. В рассматриваемом случае осуществляются периодические переходы между твердоподобной и жидкоподобной структурами смазки, а верхняя панель рисунка 3.3 соответствует жидкоподобной структуре, и случайные изменения напряжений на ней представляют флуктуации, не приводящие к плавлению/затвердеванию. Поскольку зависимость на рисунке 3.6 не является строго периодической, такой режим отвечает экспериментам с цепными молекулами, которым сложно образовывать упорядоченные структуры, за счет чего на колебания накладываются флуктуации (см. верхнюю панель на рис. 1.4). При этом амплитуда $stick - slip$ переходов не постоянна.

3.5. Самоподобное поведение

3.5.1. Динамическая фазовая диаграмма

Для дальнейшего исследования системы следует найти распределение вероятности (3.13), вид которого определяется эффективным потенциалом (3.15). В случае $I_\sigma, I_T \ll I_\varepsilon$ получаем выражение

$$P(\sigma) \approx I_\varepsilon^{-1}[gd(\sigma)]^{-2} \exp\left\{ I_\varepsilon^{-1} g^{-2} \int_0^\sigma f(\sigma)\, d(\sigma)^{-2} d\sigma \right\}, \tag{3.28}$$

существенно отличное от однородной функции

$$P(y) = y^{-2a} \mathcal{P}(\sigma), \quad y = \sigma\sigma_s, \tag{3.29}$$

отвечающей самоподобной системе, для которой отсутствует характерный масштаб напряжений ($a < 1$ — показатель распределения) [87]. Флуктуации температуры $I_T \gg I_\varepsilon, I_\sigma$ приводят к распределению:

$$P(\sigma) \approx I_T^{-1}[g\sigma d(\sigma)]^{-2} \exp\left\{ I_T^{-1} g^{-2} \int_0^\sigma f(\sigma)\, [\sigma d(\sigma)]^{-2} d\sigma \right\}. \tag{3.30}$$

Поскольку в пределе $\sigma \to 0$ интеграл в (3.30) стремится к константе, а $d(\sigma) \to 1$, то полученное распределение характеризуется степенной асимптотикой $P(\sigma) \sim \sigma^{-2}$. Таким образом, рост интенсивности флуктуаций температуры приводит к установлению самоподобного режима, которому отвечает однородная функция, характеризуемая целым показателем $2a = 2$.

Однако в общем случае этот показатель может быть не целым, а дробным. В частности, значение $2a = 1.5$ отвечает режиму СОК, при котором, в отличие от фазового перехода, процесс самоорганизации не требует внешнего воздействия и протекает спонтанным образом [88,89]. Во избежание такого ограничения заменим параметр порядка σ во всех слагаемых уравнений (2.2) — (2.4) степенным выражением σ^a с показателем $0 < a < 1$. Тогда с учетом стохастических добавок основные уравнения принимают вид:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma^a + g\varepsilon + \sqrt{I_\sigma}\xi_1(t), \tag{3.31}$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T-1)\sigma^a + \sqrt{I_\varepsilon}\xi_2(t), \tag{3.32}$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma^a \varepsilon + \sigma^{2a} + \sqrt{I_T}\xi_3(t), \tag{3.33}$$

где использованы безразмерные переменные. Физический смысл проведенной замены состоит в том, что требование самоподобия достигается в рамках предположений о нелинейной релаксации напряжений, а также о дробном характере положительной и отрицательной обратных связей. Условие адиабатичности (2.11) немедленно приводит к уравнению Ланжевена (ср. с (3.10))

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = f_a(\sigma) + \sqrt{I_a(\sigma)}\xi(t), \tag{3.34}$$

где сила и интенсивность шума определяются равенствами:

$$\begin{aligned} f_a(\sigma) &\equiv -\sigma^a + g\sigma^a\left[1 - (2 - T_e)\, d_a(\sigma)\right], \\ I_a(\sigma) &\equiv I_\sigma + g^2\left(I_\varepsilon + I_T\sigma^{2a}\right) d_a^2(\sigma), \quad d_a(\sigma) \equiv \left(1 + \sigma^{2a}\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{3.35}$$

Соответствующее распределение (ср. с (3.13))

$$P_a(\sigma) = \mathcal{Z}^{-1} \exp\{-E(\sigma)\} \tag{3.36}$$

задается статистической суммой

$$\mathcal{Z} = \int_0^\infty \mathrm{d}\sigma \exp\left\{-E(\sigma)\right\} \tag{3.37}$$

и эффективным потенциалом

$$E\left(\sigma\right) \equiv \ln I_a(\sigma) - \int_0^\sigma \frac{f_a\left(\sigma'\right)}{I_a\left(\sigma'\right)} d\sigma'. \tag{3.38}$$

Точки экстремума этого распределения определяются уравнением:

$$\frac{T_e - 2}{1 + \sigma^{2a}} + \frac{2ag\sigma^{a-1}}{\left(1 + \sigma^{2a}\right)^3}\left[2I_\varepsilon - I_T\left(1 - \sigma^{2a}\right)\right] = \frac{1-g}{g}, \tag{3.39}$$

согласно которому граница области жидкостного трения

$$I_T = 2I_\varepsilon \tag{3.40}$$

отвечает условию $\sigma = 0$. Выражение (3.39) обобщает равенство (3.16). Анализ приведенных уравнений показывает, что результаты, полученные при $a = 1$, мало изменяются при переходе к общему случаю $0 < a < 1$. В частности, влияние случайного распределения напряжений по-прежнему является несущественным, тогда как флуктуации деформации и температуры сказываются критическим образом. Наиболее существенное изменение наблюдается для зависимости стационарных сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e. В стационарном детерминистическом случае система (3.31) – (3.33) приводит к решению

$$\sigma_0 = \left[g\left(1-g\right)^{-1}\left(T_e - 2\right) - 1\right]^{1/2a}, \quad g < 1, \tag{3.41}$$

которое обобщает стандартную корневую зависимость, соответствующую $a = 1$ (см. рис. 3.8). Увеличение интенсивности шума деформации I_ε приводит к монотонному росту σ_0, тогда как при возрастании I_T образуется барьер вблизи точки $\sigma_0 = 0$. При этом зависимость $\sigma_0\left(T_e\right)$ теряет монотонный вид при значениях I_T, отвечающих области выше прямой (3.40) (см. рис. 3.9). Штриховые ветви кривых отвечают неустойчивым значениям напряжений σ^m, сплошные — устойчивым σ_0.

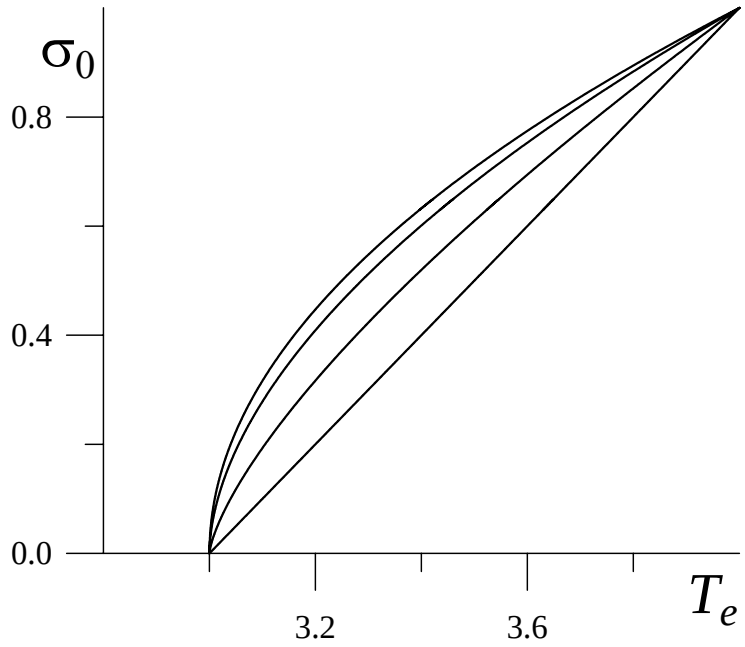

Рис. 3.8. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e (3.41) при $g = 0.5$ и $a = 0.5; 0.7; 0.9; 1.0$ (соответствующие кривые расположены справа налево).

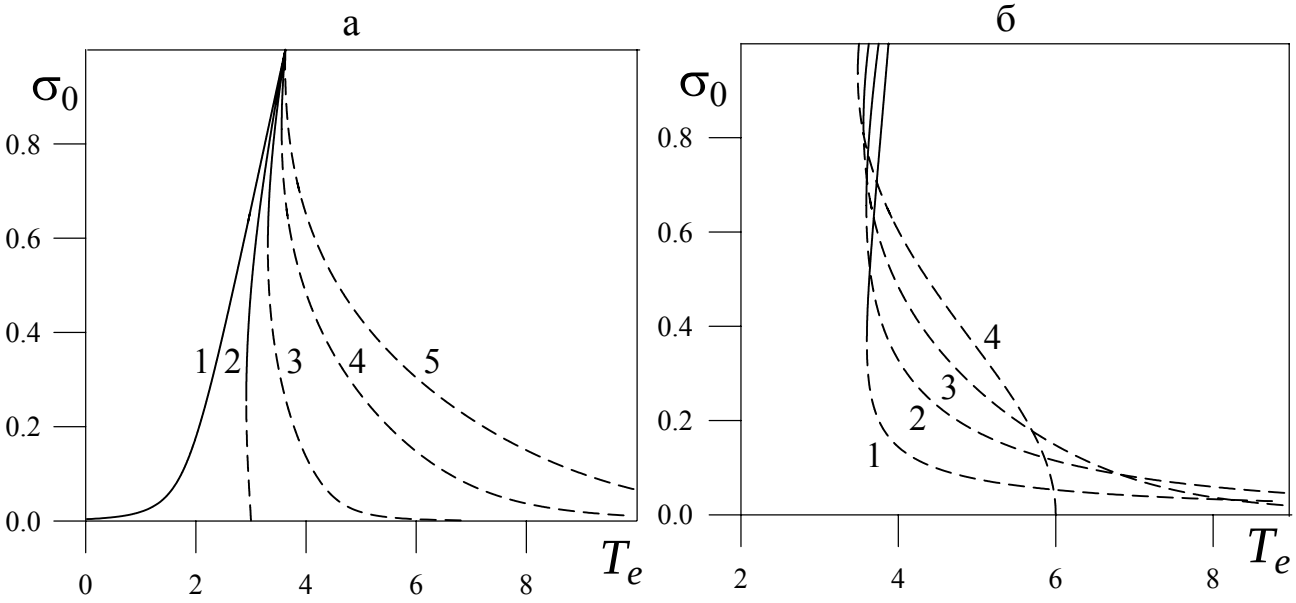

Рис. 3.9. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e при $g = 0.5$: а — $a = 0.75, I_\varepsilon = 1$ (кривые 1—5 соответствуют $I_T = 1, 2, 3, 5, 7$); б — $I_\varepsilon = 1, I_T = 5$ (кривые 1—4 отвечают $a = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$).

Из рис. 3.9 видно, что σ^m может принимать нулевое значение только при $a = 1$ или $I_T = 2I_\varepsilon$, иначе кривые зависимостей $\sigma^m(T_e)$ асимптотически приближаются к нулю. Это означает, что в случае $I_T > 2I_\varepsilon$ и $a \neq 1$ всегда существует барьер эффективного потенциала (3.38) вблизи точки $\sigma_0 = 0$, т.е. в системе либо про-

исходит фазовый переход первого рода между жидкоподобным и твердоподобным состояниями смазки, либо устанавливается режим сухого трения. При $I_T < 2I_\varepsilon$ и $a \neq 1$ реализуется жидкостный режим трения, отвечающий минимуму потенциала с $\sigma_0 \neq 0$, поскольку барьер находится в нефизической области $\sigma^m < 0$.

Фазовая диаграмма, определяющая состояние системы в зависимости от интенсивностей шумов I_ε, I_T, имеет вид, подобный случаю $a = 1$, и приведена на рис. 3.10. Видно, что рост a приводит к увеличению двухфазной области (SS) пре-

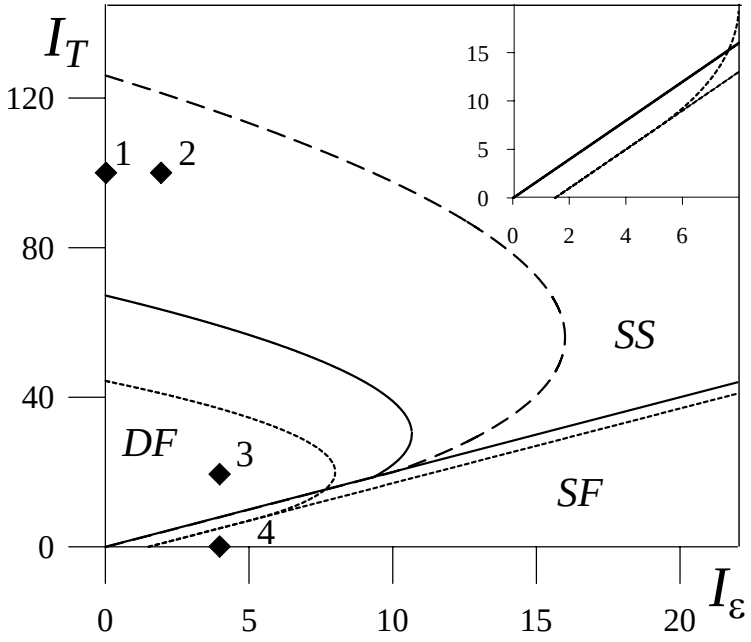

Рис. 3.10. Фазовая диаграмма системы при $T_e = 0; g = 0.5; I_T, I_\varepsilon \neq 0; a = 0.5, 0.75, 1.0$ (штриховая, сплошная и пунктирная кривые соответственно).

рывистого трения, которая ограничена прямой (3.40) и колоколообразной кривой. В отличие от случая $a \neq 1$ при $a = 1$ жидкостный режим трения в области малых значений I_ε не реализуется. Поскольку на практике, как правило, интенсивности шумов малы, уменьшение трения следует ожидать в системах с дробным показателем a.

На рис. 3.11 показано распределение вероятности (3.36), соответствующее точкам на рис. 3.10. Оно обладает максимумами, положения которых определяются набором величин I_ε, I_T, a, g, T_e. Для точки 1, находящейся в двухфазной области (SS), распределение принимает степенной вид при $\sigma \ll 1$, что соответствует само-

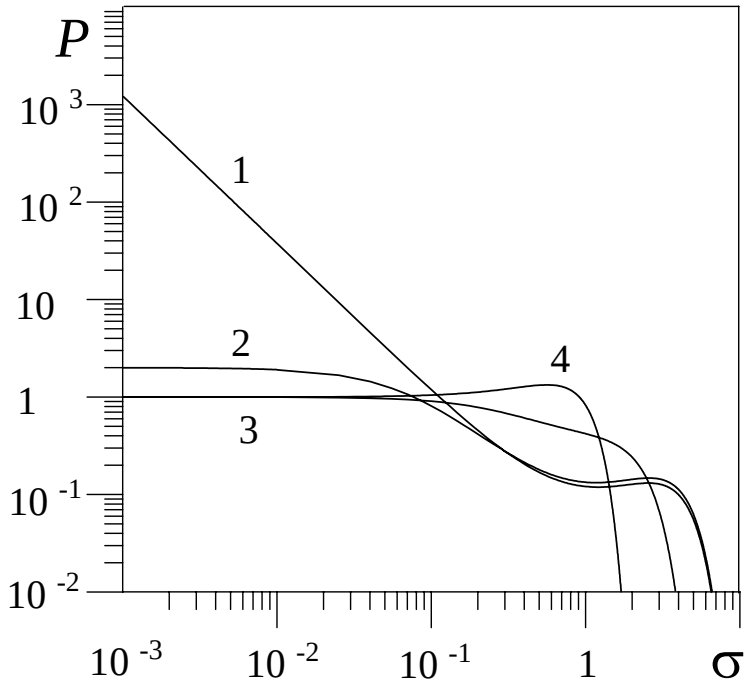

Рис. 3.11. Функция распределения (3.36) при $a = 0.75$, $g = 0.5, T_e = 0, I_\sigma = 0$ и режимах, показанных точками на рис. 3.10: 1 — $I_\varepsilon = 0, I_T = 100\,(SS)$; 2 — $I_\varepsilon = 2, I_T = 100\,(SS)$; 3 — $I_\varepsilon = 4, I_T = 20\,(DF)$; 4 — $I_\varepsilon = 4, I_T = 0\,(SF)$.

подобному поведению твердоподобной смазки. Такой режим отвечает значениям $\sigma \ll 1$ и $I_\sigma, I_\varepsilon \ll I_T$, при которых (3.36) сводится к каноническому виду (3.29), где функция $\mathcal{P}(\sigma)$ определяется выражением:

$$\mathcal{P}(\sigma) = \mathcal{Z}^{-1} g^{-2} I_T^{-1} d_a^{-2}(\sigma) \exp\left\{ -I_T^{-1} g^{-2} \int_0^\sigma \frac{1 - g\left[1 - 2d_a(\sigma')\right]}{d_a^2(\sigma')\,(\sigma')^a} d\sigma' \right\}. \quad (3.42)$$

Для точки 2 характерно сосуществование максимумов распределения $P_a(\sigma)$ при нулевом и ненулевом значениях напряжений, что соответствует области прерывистого ($stick - slip$) трения. Точка 3 отвечает режиму сухого трения (DF), при котором $P_a(\sigma)$ имеет единственный максимум, соответствующий $\sigma_0 = 0$. Точка 4 лежит в области, где имеется один максимум распределения вероятности при $\sigma_0 \neq 0$, отвечающий режиму жидкостного трения (скольжению).

3.5.2. Временны́е зависимости напряжений

Для параметров кривых 2–4 на рисунке 3.11 (режимы SS, DF и SF соответственно) зависимости $|\sigma|(t)$ будут иметь вид, подобный приведенным на рис. 3.3.

Однако при параметрах кривой 1 реализуется степенной вид распределения в области $\sigma \ll 1$, отвечающий самоподобному поведению твердоподобной смазки. Соответственно зависимость $|\sigma|(t)$ будет качественно отличаться от приведенных ранее. Рассмотрим более подробно указанный случай. Используя полученную ранее итерационную процедуру (3.22), рассчитаем соответствующую временну́ю зависимость напряжений. При этом в выражении (3.22) обобщенная сила $f(\sigma)$ и эффективная интенсивность шума $I(\sigma)$ заменяются выражениями (3.35). Полученная зависимость приведена на рисунке 3.12. Рисунки 3.12а–г отличаются только

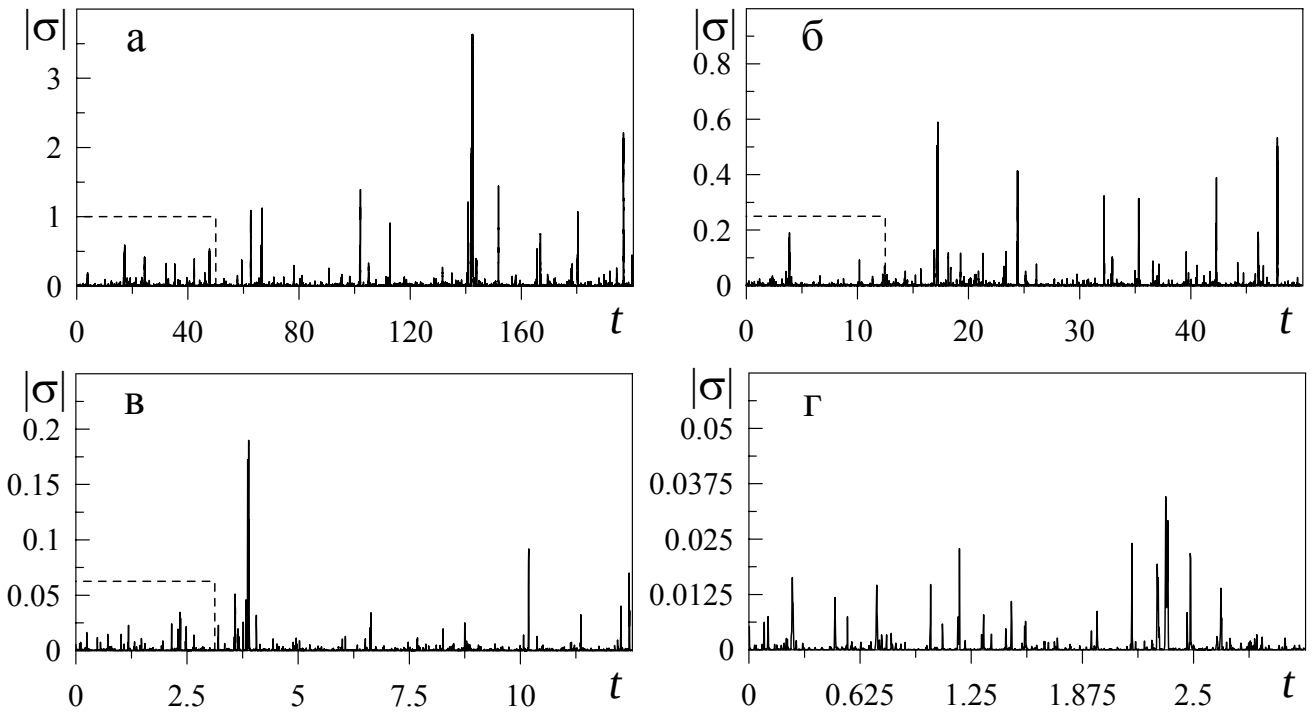

Рис. 3.12. Временна́я зависимость напряжений $|\sigma|(t)$, соответствующая параметрам кривой 1 на рисунке 3.11, при различных масштабах. Каждый последующий рисунок получается увеличением предыдущего в 4 раза, штриховой прямоугольник на каждом рисунке отвечает координатной области, показанной на следующем рисунке.

масштабом и представляют одну и ту же реализацию решения уравнения Ланжевена $|\sigma|(t)$. Отметим, что на всех рисунках видны реализующиеся спонтанно узкие пики напряжений различной высоты. Данные пики соответствуют частичному плавлению смазки, однако в расплавленном состоянии она пребывает ограниченное время. Видно, что все панели рисунка (а–г) имеют подобный вид и качествен-

но неотличимы друг от друга. Это означает, что в рассматриваемом случае нельзя выделить какие-либо характерные масштабы. Такая особенность отвечает самоподобному поведению системы. Так как распределение вероятности, соответствующее рассматриваемому решению уравнения Ланжевена, имеет также ненулевой максимум, с течением времени возможен переход в состояние, определяемое этим максимумом, что отвечает плавлению смазки. При таком переходе система теряет свойства самоподобия, и устанавливается стационарный режим жидкостного трения. Однако поскольку наличие двух максимумов $P_a(\sigma)$ соответствует режиму $stick - slip$, с течением времени происходит обратный переход к твердоподобной структуре, и поведение системы снова становится самоподобным. Приведенная на рисунке 3.12 реализация $|\sigma|(t)$ специально выбрана таким образом, чтобы за рассматриваемое время переход смазки к жидкоподобной структуре не осуществился, поскольку целью данного пункта диссертации является выяснение особенностей самоподобного поведения.

3.5.3. Учет деформационного дефекта модуля сдвига

Для учета деформационного дефекта модуля сдвига воспользуемся подходом, описанным в пункте 2.2.3. Тогда уравнение (3.31) принимает вид

$$\tau_p \dot{\sigma} = -\sigma^a \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\alpha}\right) + g_\Theta \varepsilon + \sqrt{I_\sigma}\xi_1(t), \tag{3.43}$$

при этом уравнения (3.32), (3.33) остаются без изменений. В рамках адиабатического приближения (2.11) уравнения (3.32) и (3.33) приводят к зависимостям (3.8), где детерминистические и стохастические слагаемые задаются равенствами:

$$\begin{aligned} &\bar{\varepsilon} \equiv \sigma^a \left(T_e - 1 + \sigma^{2a}\right) d_a(\sigma),\ \tilde{\varepsilon} \equiv \sqrt{I_\varepsilon + I_T \sigma^{2a}}\, d_a(\sigma), \\ &\bar{T} \equiv \left(T_e + 2\sigma^{2a}\right) d_a(\sigma),\ \widetilde{T} \equiv \sqrt{I_T + I_\varepsilon \sigma^{2a}}\, d_a(\sigma), \end{aligned} \tag{3.44}$$

где $d_a(\sigma) \equiv \left(1 + \sigma^{2a}\right)^{-1}$. Комбинирование равенств (3.43), (3.8) и (3.44) приводит к уравнению Ланжевена в виде (3.34), где τ_σ заменено на τ_p, сила $f_a(\sigma)$ задается

соотношением

$$f_a(\sigma) \equiv -\sigma^a \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\alpha}\right) + g_\theta \sigma^a \left[1 - (2 - T_e)\, d_a(\sigma)\right], \qquad (3.45)$$

а эффективная интенсивность шума $I_a(\sigma)$ совпадает с выражением (3.11) при замене g на g_θ. Как и ранее, получим распределение вероятности (3.36), характеризующееся эффективным потенциалом (3.38) и нормировочной постоянной (3.37). Точки экстремума распределения определяются выражением

$$\frac{T_e - 2}{1 + \sigma^{2a}} + \frac{2a g_\theta \sigma^{a-1}}{\left(1 + \sigma^{2a}\right)^3} \left[2I_\varepsilon - I_T \left(1 - \sigma^{2a}\right)\right] - \frac{1}{g_\theta} \left(\frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\alpha}\right) = \frac{1 - g_\theta}{g_\theta}, \qquad (3.46)$$

которое отличается от ранее полученного уравнения (3.39) только последним членом в левой части. Согласно (3.46), граница области существования жидкостного трения дается (3.40). Исследование уравнения (3.46) показывает, что соответствующая фазовая диаграмма качественно совпадает с описанной в пункте 3.5.1. Поэтому при влиянии белых шумов учет деформационного дефекта модуля сдвига не вносит качественных изменений в поведение системы. В следующей главе будет показано, что дефект модуля сдвига может оказывать существенное влияние, в частности могут образовываться новые режимы трения.

3.6. Выводы

1. Введение аддитивных шумов сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки позволило построить динамическую фазовую диаграмму, с областями жидкостного, сухого и прерывистого трения.

2. В результате численного решения уравнения Ланжевена получены временны́е траектории сдвиговых напряжений $\sigma(t)$, и показаны изменения режимов трения, которые приводят к прерывистому ($stick - slip$) движению. Найдены условия реализации периодического прерывистого режима трения.

3. Описано плавление смазки за счет диссипативного разогрева сдвигаемых поверхностей, когда в процессе трения температура поверхностей растет по экспо-

ненциальному закону. При этом с течением времени происходят последовательные переходы $DF \rightarrow SS \rightarrow SF$. Объяснены эксперименты по граничному трению с атомарно-гладкими слюдяными поверхностями, в которых происходит плавление смазки с течением времени без подвода дополнительного тепла извне.

4. Показано, что самоподобное распределение напряжений представляется при учете их нелинейной релаксации и дробных обратных связей в системе Лоренца и обеспечивается флуктуациями температуры. Такая дробная схема используется для построения фазовой диаграммы, определяющей различные режимы трения.

5. Для описания перехода первого рода проведен учет дефекта модуля сдвига. Показано, что в этом случае реализуется аналогичный характер поведения системы.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в статьях [26, 28, 32] и тезисах конференций [81, 91–94].

РАЗДЕЛ 4

УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Данный раздел посвящен описанию влияния коррелированных флуктуаций температуры на плавление ультратонкой пленки смазки. Корреляцию флуктуаций можно представить как цветной шум [18].

Как правило, каждому шумовому сигналу приписывается определенный цвет, согласно его свойствам. Одно из таких свойств — спектральная плотность мощности. Для белого шума (см. раздел 3) спектральная плотность $S(f)$ представляет собой константу, т.е. все частоты представлены одинаково. Для цветного шума зависимость $S(f)$ может принимать различный вид в зависимости от его цвета.

По аналогии с видимым светом, который является электромагнитным полем и представляется частотой, цветовые соответствия шумовых сигналов определяются частотами аналогичного электромагнитного сигнала. Например, красный шум соответствует электромагнитному сигналу, имеющему длину волны видимого красного света. Далее показано, что рассматриваемые корреляции температуры представляют процесс Орнштейна-Уленбека, описывающий броуновское движение (красный либо коричневый шум). Его спектральная плотность обратно пропорциональна квадрату частоты.

Учет такого вида шумов описывает эффекты памяти — каждое значение шумящего сигнала зависит от предыдущего, шум является коррелированным. Данные эффекты имеют место при плавлении тонкой пленки смазки. Также введение корреляций температуры позволяет показать, что при плавлении смазки существует несколько стационарных режимов, переходы между которыми обеспечивают различные режимы прерывистого трения, наблюдаемые экспериментально. Под флуктуациями температуры как и ранее подразумеваются флуктуации энергии.

4.1. Представление цветного шума и основные уравнения

Флуктуации температуры, показанные на рис. 3.1, в отличии от белого шума, являются коррелированными. Это следует из того, что согласно рисунку, если температура увеличивается, то в следующий момент вероятность того, что она будет продолжать увеличиваться больше, чем вероятность ее уменьшения[5]. В предыдущем разделе флуктуации температуры вводились как белый шум. Здесь для более точного анализа проведем учет коррелированных флуктуаций температуры.

Введем флуктуации температуры следуя [18]. Временна́я корреляция размерной температуры T_D смазки определяется средним значением произведения

$$\varphi(\tau) = \langle \Delta T_D(t) \Delta T_D(t+\tau) \rangle, \tag{4.1}$$

где $\Delta T_D(t)$ — разность между ее текущей и средней температурой. В рамках предположения о квазистационарности флуктуаций ΔT_D функция $\varphi(\tau)$ принимает вид:

$$\varphi(\tau) = \langle (\Delta T_D)^2 \rangle \exp(-\zeta|\tau|). \tag{4.2}$$

Здесь $1/\zeta$ задает время релаксации для установления равновесия. Полагая, что в формулах (4.1) и (4.2) моменты времени связаны равенством $t + \tau = t'$, получаем:

$$\varphi(t'-t) = \langle \Delta T_D(t) \Delta T_D(t') \rangle = \langle (\Delta T_D)^2 \rangle \exp(-\zeta|t'-t|). \tag{4.3}$$

Тогда, подстановка среднего квадрата флуктуаций температуры $\langle (\Delta T_D)^2 \rangle = T_D^2/c_v$ в выражение (4.3) дает

$$\langle \Delta T_D(t) \Delta T_D(t') \rangle = \frac{T_D^2}{c_v} \exp(-\zeta|t'-t|). \tag{4.4}$$

Такого типа флуктуации описываются процессом Орнштейна-Уленбека $\lambda(t)$ [86], который имеет следующие моменты (ср. с (4.4)):

$$\langle \lambda(t) \rangle = 0, \quad \langle \lambda(t) \lambda(t') \rangle = \frac{I}{\tau_\lambda} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_\lambda} \right), \tag{4.5}$$

[5]Сравните рисунок 3.1, на котором показан шум температуры, реализацию белого шума на рис. 4.1 и реализацию цветного шума на рис. 4.2

здесь I играет роль интенсивности флуктуаций температуры, а τ_λ – времени их корреляции. Для описания влияния корреляций температуры процесс $\lambda(t)$ далее учитывается в безразмерном уравнении (2.4) как дополнительное температурное слагаемое. Поэтому величины λ, I в (4.5) уже измерены в единицах

$$\lambda_s = T_c, \quad I_s = T_c^2. \tag{4.6}$$

Сравнивая формулу (4.4) со вторым равенством (4.5), с учетом единиц измерения (4.6) и последней в (2.1) получаем:

$$\lambda(t) = \Delta T(t), \quad \tau_\lambda = \frac{1}{\zeta}, \quad I = \frac{T^2}{\zeta c_v}. \tag{4.7}$$

Следовательно, величина интенсивности шума I однозначно определяется температурой и теплоемкостью смазки c_v. На первый взгляд, может показаться, что на приведенных далее фазовых диаграммах $T_e(I)$, каждому значению I отвечает единственное T_e, и вместо областей должна существовать кривая в указанных координатах, движение по которой и описывает эволюцию системы. Однако, это не имеет место, поскольку параметр T_e представляет температуру термостата, которая не определяет однозначно температуру T. Следует лишь полагать, что в результате самоорганизации системы определенному значению T_e может отвечать множество значений T, и, согласно (4.7), интенсивностей I в различные моменты времени. Кроме того, к изменению I приводит вариация c_v с течением времени. Таким образом, уместно говорить о существовании фазовой диаграммы. Интенсивность I можно также изменять за счет выбора параметра ζ, характеризующего конкретную систему. Последнее означает, что в одних системах шум не оказывает существенного влияния на их поведение с течением времени, в других же — влияет критическим образом.

Однако, здесь, не ограничиваясь таким подходом, флуктуации температуры понимаются в более широком смысле. Это связано с тем, что, как правило, термическое влияние оказывают различные внешние стохастические источники. Кроме того, шум можно равноправным образом интерпретировать как при помощи флук-

туаций T, так и T_e. Данное представление шума часто используется при моделировании его в реальных физических системах [86].

Процесс Орнштейна-Уленбека $\lambda(t)$ представляет реализацию коррелированных случайных блужданий. Подразумевается, что с увеличением скорости частицы увеличивается вероятность ее столкновения с другой частицей. При этом все частицы возвращаются к нулевой скорости тем быстрее, чем больше их скорость. Процесс является цветным гауссовым шумом с ненулевым временем корреляции τ_λ и интенсивностью I. Он может быть получен при решении уравнения Орнштейна-Уленбека:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_\lambda}\lambda(t) - \frac{1}{\tau_\lambda}\xi(t), \tag{4.8}$$

где $\xi(t)$ представляет гауссов белый шум с нулевым средним значением и интенсивностью I (ср. с (3.5)):

$$\langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2I\delta(t-t'). \tag{4.9}$$

При этом источник $\lambda(t)$ на больших временных интервалах подобен белому шуму $\xi(t)$, а на малых — броуновскому движению, и в стационарном пределе ($t, t' \gg \tau_\lambda$) имеет моменты (4.5).

Умножив (4.8) на dt получим стохастическое дифференциальное уравнение:

$$d\lambda(t) = -\frac{1}{\tau_\lambda}\lambda(t)dt - \frac{1}{\tau_\lambda}dW(t), \tag{4.10}$$

где винеровский процесс обладает свойствами (ср. с (3.21)):

$$\langle dW(t) \rangle = 0; \quad \langle (dW(t))^2 \rangle = 2Idt. \tag{4.11}$$

Для численной реализации $\lambda(t)$ решим уравнение (4.10), воспользовавшись при этом методом Эйлера. С учетом определения дискретного аналога дифференциала случайной силы $dW(t) \equiv \sqrt{\Delta t}W_n$ получим следующую итерационную процедуру:

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_\lambda}\right) - \frac{\sqrt{\Delta t}}{\tau_\lambda}W_n. \tag{4.12}$$

Решение производится на интервале $t \in [0, T]$, и при заданном количестве итераций N приращение времени определяется как $\Delta t = T/N$. Случайная сила W_n

обладает следующими свойствами (ср. с (3.23)):

$$\langle W_n \rangle = 0, \quad \langle W_n W_{n'} \rangle = 0, \quad \langle W_n^2 \rangle \to 2I. \tag{4.13}$$

Для ее моделирования, как и ранее, используется функция Бокса-Мюллера (3.24), где дисперсия $\mu^2 = 2I$.

На рис. 4.1 представлена реализация (3.24) для различных временных масштабов. Характер поведения для обоих масштабов подобен, шум является некоррелированным. Процесс Орнштейна-Уленбека $\lambda(t)$ для аналогичных интервалов вре-

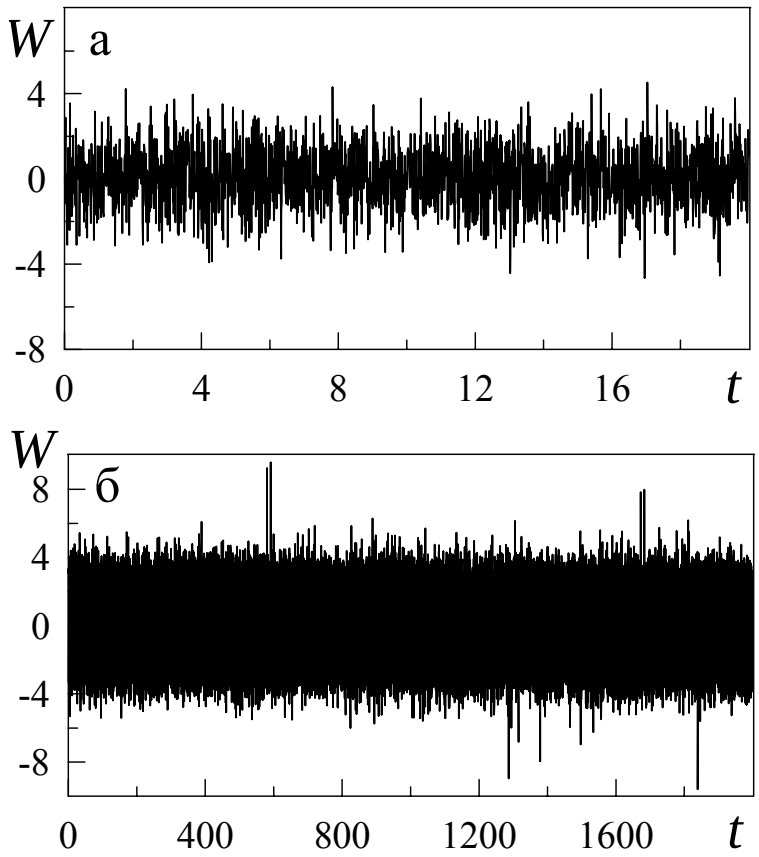

Рис. 4.1. Реализация белого шума (3.24) при $I = 1$ ($\mu^2 = 2I$): а — $N = 2 \cdot 10^3$, $T = 20$, $\Delta t = 0.01$; б — $N = 2 \cdot 10^5$, $T = 2 \cdot 10^3$, $\Delta t = 0.01$.

мени представлен на рис. 4.2. Видно, что на коротких интервалах (рис. 4.2а) он подобен броуновскому движению, и здесь каждое последующее значение зависит от предыдущего, т.е. шум является коррелированным. На длинных же интервалах (рис. 4.2б) корреляция теряется, процесс становится подобным белому шуму, реализация которого показана на рис. 4.1. Так как, в отличие от белого шума, ста-

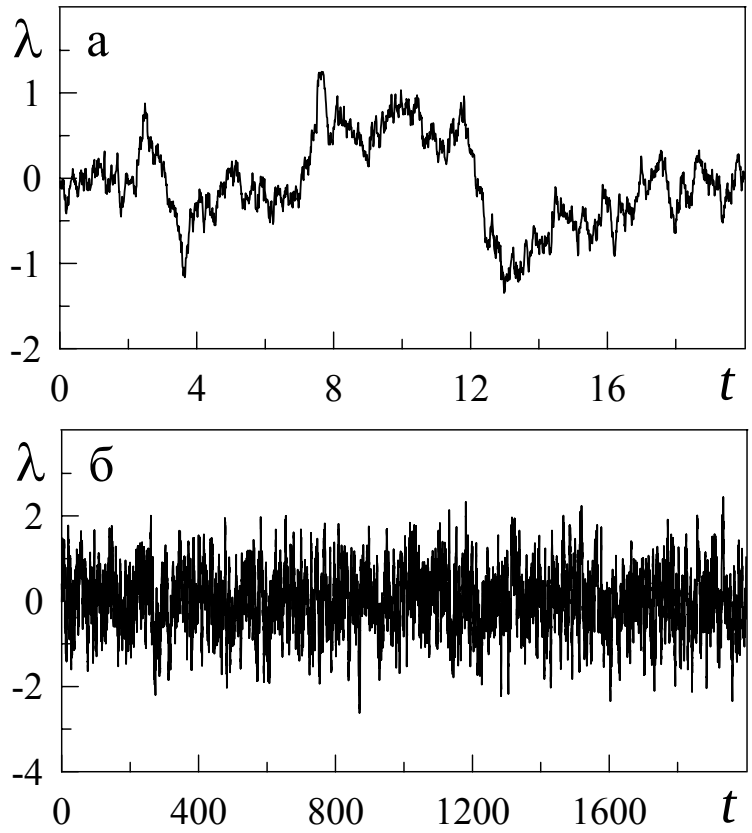

Рис. 4.2. Реализация цветного шума (4.12) при $I = 1$ ($\mu^2 = 2I$), $\tau_\lambda = 2.0$: а — $N = 2 \cdot 10^3$, $T = 20$, $\Delta t = 0.01$; б — $N = 2 \cdot 10^5$, $T = 2 \cdot 10^3$, $\Delta t = 0.01$.

ционарный процесс Орнштейна-Уленбека имеет конечную дисперсию, его часто используют как модель реального шумового сигнала.

С учетом стохастического слагаемого последнее уравнение рассматриваемой системы (2.4) принимает вид:

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2 + \lambda(t). \tag{4.14}$$

В рамках адиабатического приближения (2.39), когда температура смазки T следует за изменением сдвиговых компонент напряжений σ и деформации ε, в уравнении (4.14) можно выделить малый параметр, и положить $\tau_T \dot{T} \simeq 0$. В результате получаем выражение для температуры:

$$T = T_e - \sigma\varepsilon + \sigma^2 + \lambda(t). \tag{4.15}$$

Придадим системе (2.2), (2.3), (4.15) более простой вид, сведя ее к единственно-

му уравнению для сдвиговых напряжений $\sigma(t)$. Уравнение (2.2) дает деформацию

$$\varepsilon = \frac{1}{g}\left[\sigma + \tau_\sigma \dot{\sigma}\right], \tag{4.16}$$

а равенства (2.3), (4.15) с учетом (4.16) принимают вид

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\frac{1}{g}\left[\sigma + \tau_\sigma \dot{\sigma}\right] + \sigma\left[T_e - 1 - \frac{\sigma}{g}\left(\sigma + \tau_\sigma \dot{\sigma}\right) + \sigma^2\right] + \sigma\lambda(t), \tag{4.17}$$

$$T = T_e - \frac{\sigma}{g}\left[\sigma + \tau_\sigma \dot{\sigma}\right] + \sigma^2 + \lambda(t), \tag{4.18}$$

Подставляя (4.17) в результат дифференцирования выражения (4.16), получим эволюционное уравнение в каноническом виде уравнения нелинейного стохастического осциллятора типа генератора ван дер Поля:

$$m\ddot{\sigma} + \gamma(\sigma)\dot{\sigma} = f(\sigma) + \phi(\sigma)\lambda(t), \tag{4.19}$$

где коэффициент трения γ, сила f, амплитуда шума ϕ и параметр m, сводящийся к массе системы, определяются выражениями

$$\begin{aligned} \gamma(\sigma) &\equiv \frac{1}{g}\left[\tau_\varepsilon + \tau_\sigma(1+\sigma^2)\right], \quad f(\sigma) \equiv \sigma\left(T_e - 1 - g^{-1}\right) - \sigma^3\left(g^{-1} - 1\right), \\ \phi(\sigma) &\equiv \sigma, \quad m \equiv \frac{\tau_\sigma \tau_\varepsilon}{g}. \end{aligned} \tag{4.20}$$

В работе [19] изложен метод эффективного потенциала, в рамках которого показано [20], что уравнению типа (4.19) соответствует уравнение Фоккера–Планка в форме Крамерса-Мойала:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(D^{(1)}P\right) + \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2}\left(D^{(2)}P\right), \tag{4.21}$$

которое выражается через коэффициенты дрейфа и диффузии

$$D^{(1)} = \frac{1}{\gamma}\left\{f + I\phi^2\frac{\partial \gamma^{-1}}{\partial \sigma} + I\tau_\lambda \phi \frac{\partial \phi}{\partial \sigma}\right\}, \tag{4.22}$$

$$D^{(2)} = I\frac{\phi^2}{\gamma^2}. \tag{4.23}$$

Стационарное решение уравнения (4.21) приводит к распределению

$$P(\sigma) = \mathcal{Z}^{-1}\exp\left\{-E(\sigma)\right\} \tag{4.24}$$

с эффективным потенциалом

$$E(\sigma) = \ln D^{(2)}(\sigma) - \int\limits_0^\sigma \frac{D^{(1)}(x)}{D^{(2)}(x)} \mathrm{d}x \tag{4.25}$$

и нормировочной постоянной (3.37).

4.2. Непрерывное превращение

Подставляя в выражения (4.22), (4.23) соотношения (4.20), найдем коэффициенты дрейфа и диффузии в явном виде:

$$\begin{aligned} D^{(1)} &= \frac{g\sigma}{\tau_\varepsilon + \tau_\sigma(1+\sigma^2)} \left\{ \sigma^2 \left[\frac{g-1}{g} - \frac{2Ig\tau_\sigma}{[\tau_\varepsilon + \tau_\sigma(1+\sigma^2)]^2} \right] + \right. \\ &+ \left. T_e - \frac{1+g}{g} + I\tau_\lambda \right\}, \end{aligned} \tag{4.26}$$

$$D^{(2)} = I \left[\frac{g\sigma}{\tau_\varepsilon + \tau_\sigma(1+\sigma^2)} \right]^2. \tag{4.27}$$

Распределение (4.24), показанное на рис. 4.3, обладает максимумами, положения которых определяются набором величин T_e, g, I, τ_λ, τ_ε и τ_σ. При малых значениях температуры трущихся поверхностей T_e реализуется единственный максимум в точке $\sigma_0 = 0$, соответствующий твердоподобному состоянию смазки и режиму сухого трения (кривая 1). С ростом T_e появляются два максимума в точках $\sigma_0 = 0$ и $\sigma_0 \neq 0$ (кривая 2), первый из них отвечает сухому трению, второй – скольжению. Здесь реализуется режим прерывистого ($stick - slip$) движения, при котором происходят переходы между указанными динамическими режимами трения. С дальнейшим увеличением T_e максимум $P(\sigma)$ при нулевом значении напряжений исчезает (кривая 3), и наблюдается режим жидкостного трения, соответствующий скольжению.

Стационарное состояние сдвиговых напряжений определяется условием экстремума распределения (4.24):

$$D^{(1)}(\sigma) - D^{(2)\prime}(\sigma) = 0, \tag{4.28}$$

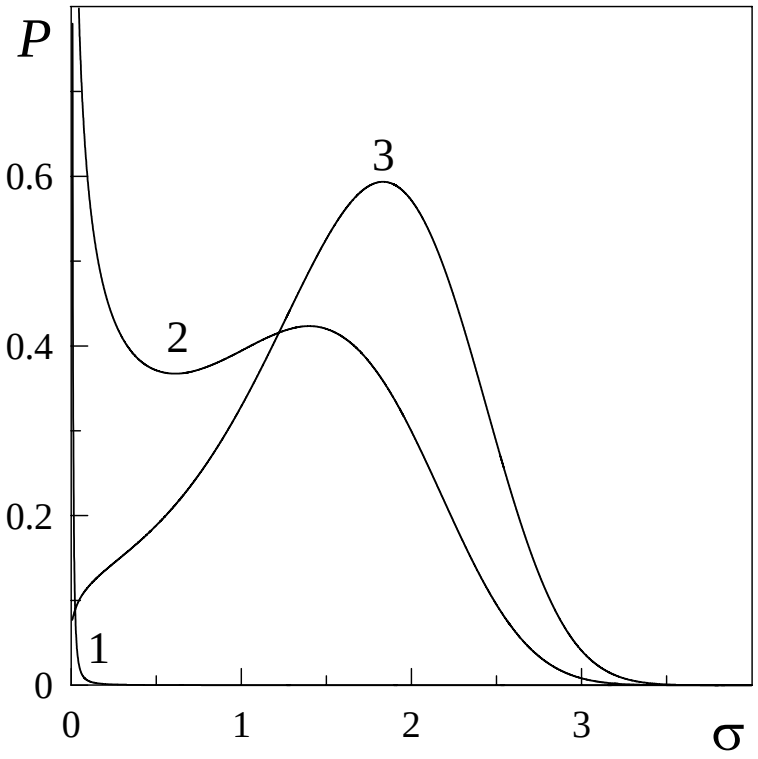

Рис. 4.3. Функция распределения сдвиговых напряжений (4.24) для перехода второго рода при $g = 0.2$, τ_σ=τ_ε=0.1, τ_λ=0.2 и $I = 7$. Кривые 1, 2, 3 отвечают температурам $T_e = 5, 16, 20$ соответственно.

где штрих означает дифференцирование по σ. Подставляя сюда выражения (4.26), (4.27), приходим к уравнению

$$\left[T_e - \frac{1+g}{g} - \sigma^2\left(\frac{1-g}{g}\right) + I\tau_\lambda\right]\left[\tau_\varepsilon + \tau_\sigma(1+\sigma^2)\right]^2 - 2Ig\left(\tau_\varepsilon + \tau_\sigma\right) = 0. \quad (4.29)$$

Его решение показано на рис. 4.4, согласно которому рост интенсивности шума I приводит к появлению на монотонной зависимости $\sigma_0(T_e)$ двузначного участка, присущего переходам первого рода. Полагая в (4.29) $\sigma = 0$, находим предельное значение температуры поверхностей трения

$$T_{e0} = \frac{1+g}{g} - \left(\tau_\lambda - \frac{2g}{\tau_\varepsilon + \tau_\sigma}\right) I, \quad (4.30)$$

которое обеспечивает переход системы к жидкостному режиму трения. На фазовой диаграмме, приведенной на рис. 4.5, реализуются области сухого (DF), жидкостного (SF) и прерывистого (SS) режимов трения.

Очевидно, что увеличение температуры сдвигаемых поверхностей T_e переводит смазку в жидкоподобное состояние. Это видно также из уравнения (4.19), описывающего затухающие колебания. Здесь температура поверхностей входит только в

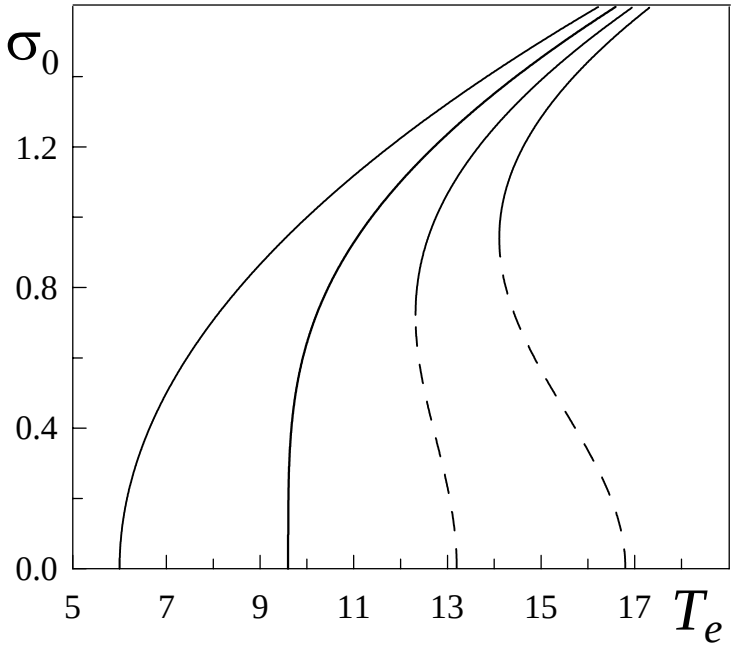

Рис. 4.4. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e при параметрах рис. 4.3 и $I = 0, 2, 4, 6$ (соответствующие кривые расположены слева направо).

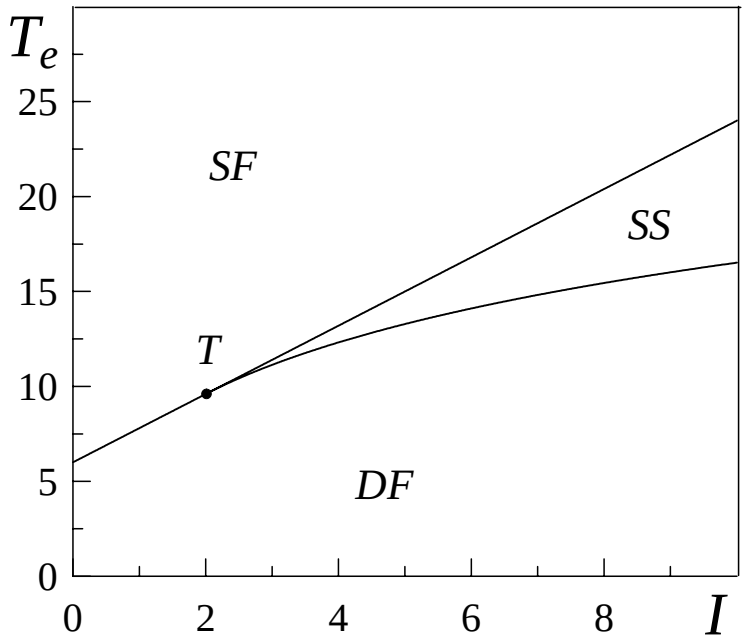

Рис. 4.5. Фазовая диаграмма, соответствующая параметрам рис. 4.3, с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистого (SS) трения (T — точка сосуществования трех фаз).

выражение для движущей силы f, значение которой возрастает с ростом T_e. С увеличением эффективной силы в (4.19) амплитуда колебаний увеличивается, и реализуется более продолжительный колебательный процесс, вплоть до установления определенного режима трения в системе.

4.3. Учет деформационного дефекта модуля сдвига

Для учета деформационного дефекта модуля сдвига воспользуемся подходом, описанным в пункте 2.2.3. При этом следует анализировать систему уравнений (2.28), (2.3), (4.14). Тогда, в рамках приближения (2.39) эта система, как и ранее, сводится к уравнению (4.19), где параметр m, коэффициент трения γ, сила f и амплитуда шума ϕ определяются выражениями

$$\begin{aligned} m &\equiv \frac{\tau_p\tau_\varepsilon}{g_\Theta}, \quad \gamma(\sigma) \equiv \frac{1}{g_\Theta}\left[\tau_\varepsilon\left(1+\frac{\theta^{-1}-1}{(1+\sigma/\alpha)^2}\right)+\tau_p(1+\sigma^2)\right], \\ f(\sigma) &\equiv \sigma\left[T_e-1-\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)\right]-\sigma^3\left[\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)-1\right], \\ \phi(\sigma) &\equiv \sigma. \end{aligned} \tag{4.31}$$

Коэффициенты $D^{(1)}$ (4.22) и $D^{(2)}$ (4.23) в уравнении (4.21) при использовании (4.31) записываются в явном виде

$$\begin{aligned} D^{(1)} &= \frac{\sigma}{\gamma}\left\{T_e-1-\frac{1}{g}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)+\sigma^2\left[1-\frac{1}{g}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)\right]+\right. \\ &+ \left. I\tau_\lambda-\frac{2I\sigma}{g_\Theta\gamma^2}\left[\sigma\tau_p-\frac{\tau_\varepsilon(\theta^{-1}-1)}{(1+\sigma/\alpha)^3\alpha}\right]\right\}, \end{aligned} \tag{4.32}$$

$$D^{(2)} = \frac{I\sigma^2}{\gamma^2}. \tag{4.33}$$

Стационарное состояние сдвиговых напряжений определяется условием (4.28), которое с учетом (4.32), (4.33) принимает вид

$$\begin{aligned} &\left\{T_e-1-\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)-\sigma^2\left[\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)-1\right]+I\tau_\lambda\right\}\gamma^2- \\ &-2I\gamma+\frac{2I\sigma}{g_\Theta}\left[\tau_p\sigma-\tau_\varepsilon\frac{\theta^{-1}-1}{\alpha(1+\sigma/\alpha)^3}\right]=0. \end{aligned} \tag{4.34}$$

Полагая в (4.34) $\sigma = 0$, находим равенство, аналогичное по смыслу (4.30), которое дает границу существования максимума распределения (4.24) при нулевом значении напряжений, соответствующего твердоподобному состоянию смазки:

$$T_{e0} = \frac{\theta^{-1}+g_\Theta}{g_\Theta}-\left(\tau_\lambda-\frac{2g_\Theta}{\theta^{-1}\tau_\varepsilon+\tau_p}\right)I. \tag{4.35}$$

Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений от температуры поверхностей трения является решением уравнения (4.34) и показана на рис. 4.6. Из рисунка видно, что возрастание интенсивности шума I приводит к появлению

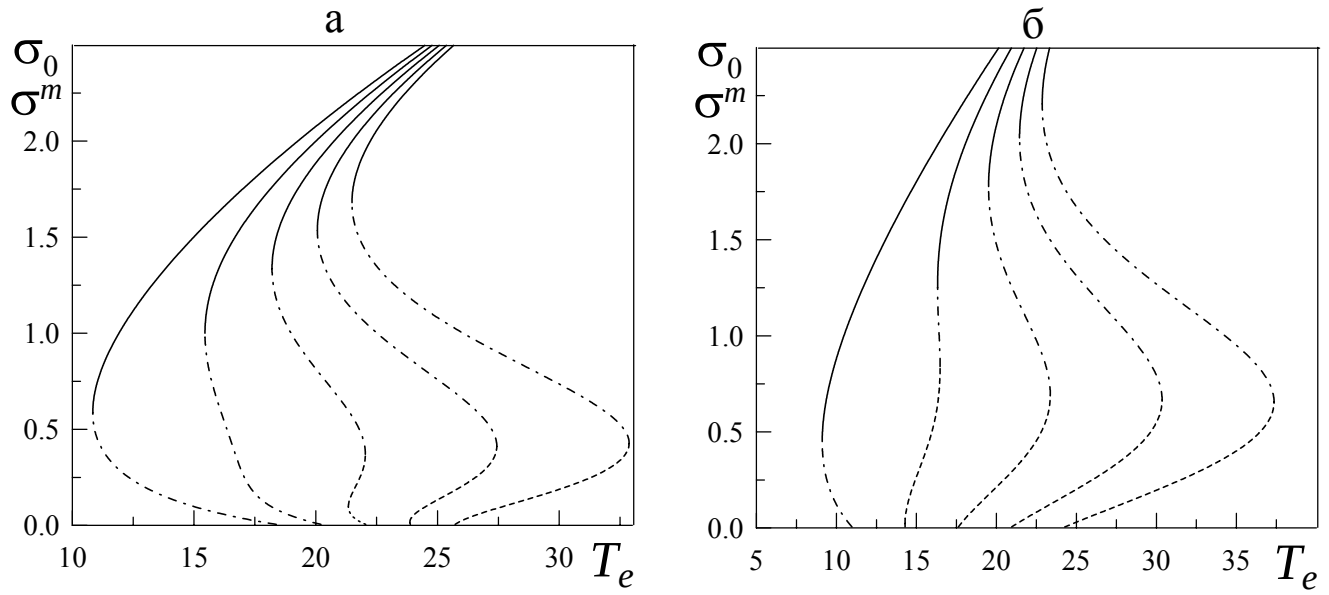

Рис. 4.6. Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры T_e для перехода первого рода при $\tau_p = \tau_\varepsilon = \tau_\lambda = 0.1,\ \theta^{-1} = 7$ и $I = 0, 2, 4, 6, 8$ (соответствующие кривые расположены слева направо): а $- g_\Theta = 0.4, \alpha = 0.3$; б $- g_\Theta = 0.7, \alpha = 0.8$.

двух стационарных состояний, которые отвечают максимумам функции распределения $P(\sigma)$ (4.24) при ненулевых напряжениях σ. Отсюда можно заключить, что существуют два стационарных значения напряжения, при которых плавится смазка [57], определяющиеся величинами $T_e, g_\Theta, I, \theta, \alpha, \tau_\lambda, \tau_p$ и τ_ε. Меньшее из этих значений отвечает метастабильному жидкоподобному состоянию смазки (штриховая кривая), а большее (сплошная) – ее устойчивому жидкоподобному состоянию. Их разделяет неустойчивое состояние (штрихпунктирная кривая), которое соответствует минимуму вероятности (4.24).

Зависимости $P(\sigma)$ для различных режимов трения показаны на рис. 4.7. Кривые 1 — 5 отвечают областям сухого (DF), прерывистого (SS), прерывистого и жидкостного ($SS + SF$), жидкостного метастабильного и устойчивого ($MSF + SF$), жидкостного трения (SF). Режимы трения, показанные на фазовых диаграммах (рис. 4.8), соответствуют кривым рис. 4.7. Самая сложная форма функции $P(\sigma)$

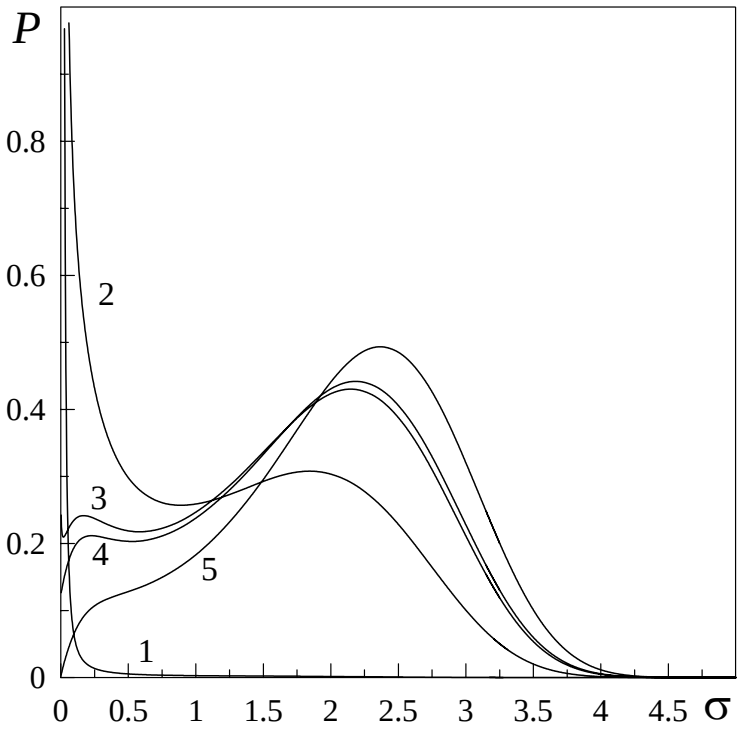

Рис. 4.7. Функция распределения сдвиговых напряжений (4.24) для фазового перехода первого рода при параметрах рисунка 4.6а и $I = 4.3$. Кривые $1 - 5$ соответствуют температурам T_e=16, 20, 22.1, 22.4, 24.

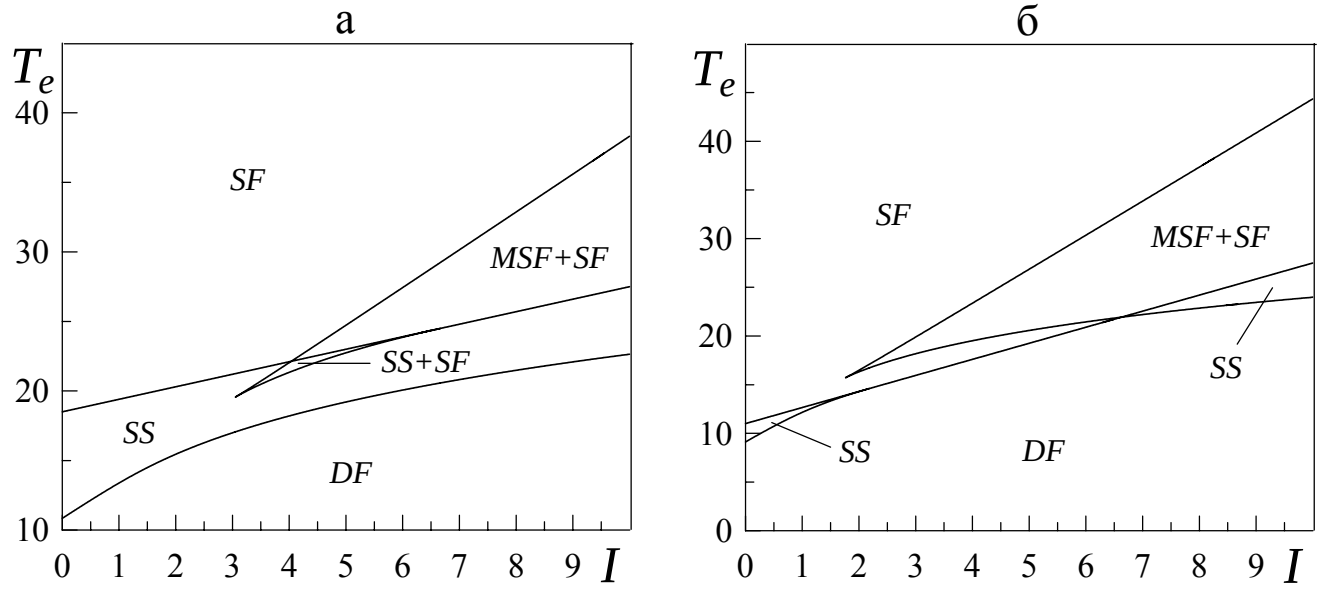

Рис. 4.8. Фазовые диаграммы с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистых (SS, $MSF + SF$, $SS + SF$) режимов трения, соответствующие параметрам рис. 4.6.

наблюдается в области $SS + SF$ (кривая 3 на рис. 4.7). Здесь сосуществуют твердоподобное, а также метастабильное и устойчивое жидкоподобные состояния смазки, которые отвечают максимумам $P(\sigma)$. Это подразумевает возможность ре-

ализации прерывистого ($stick - slip$) трения, при котором происходят переходы между динамическими режимами, которые соответствуют указанным состояниям. Следует отметить, что данная область, в отличие от других, при малом изменении параметров системы может не реализоваться (см. рис. 4.8б).

В области $MSF + SF$ режимы метастабильного и устойчивого жидкостного трения могут сменять друг друга, обеспечивая прерывистое трение (кривая 4 на рис. 4.7). Отметим, что переход от $SS + SF$ режима к $MSF + SF$ сопровождается исчезновением сухого трения в системе.

4.4. Самоподобное поведение

4.4.1. Непрерывное превращение

Для описания самоподобного поведения исследуемой системы в случае влияния коррелированных флуктуаций температуры, как и в подразделе 3.5, заменим во всех исходных уравнениях (2.2), (2.3), (4.14) параметр порядка σ степенным выражением σ^a с дробным показателем $0 < a < 1$. При этом рассматриваемая система принимает вид:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma^a + g\varepsilon, \tag{4.36}$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T-1)\sigma^a, \tag{4.37}$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma^a \varepsilon + \sigma^{2a} + \lambda(t). \tag{4.38}$$

С помощью учета белого шума в подразделе 3.5 было показано, что такая система при малых σ описывает определяемый однородной функцией распределения (3.29) самоподобный режим, в котором отсутствует характерный масштаб напряжений [87].

Для исследования этой системы необходимо, как и ранее, свести ее к одному уравнению. Будем следовать процедуре, описанной в подразделах 4.1–4.3. Тогда,

в рамках адиабатического приближения (2.39) из уравнения (4.38) получим выражение для температуры

$$T = T_e - \sigma^a \varepsilon + \sigma^{2a} + \lambda(t). \tag{4.39}$$

После комбинирования равенств (4.36), (4.37), (4.39) находим искомое эволюционное уравнение, совпадающее по форме с (4.19), с коэффициентами:

$$\begin{aligned} \gamma(\sigma) &\equiv \frac{1}{g}\left[\tau_\varepsilon a\sigma^{a-1} + \tau_\sigma(1+\sigma^{2a})\right], \quad f(\sigma) \equiv \sigma^a\left(T_e - 1 - g^{-1}\right) - \sigma^{3a}\left(g^{-1} - 1\right), \\ \phi(\sigma) &\equiv \sigma^a, \quad m \equiv \frac{\tau_\sigma \tau_\varepsilon}{g}. \end{aligned} \tag{4.40}$$

Коэффициенты дрейфа и диффузии $D^{(1)}$ (4.22) и $D^{(2)}$ (4.23) в уравнении Фоккера-Планка (4.21) при использовании (4.40) записываются в виде

$$\begin{aligned} D^{(1)} &= \frac{g\sigma^a}{\tau_\varepsilon a\sigma^{a-1} + \tau_\sigma(1+\sigma^{2a})}\left\{\sigma^{2a}\left[\frac{g-1}{g} - \frac{2Ig\tau_\sigma a}{\left[\tau_\varepsilon a\sigma^{a-1} + \tau_\sigma(1+\sigma^{2a})\right]^2}\times\right.\right. \\ &\times \left.\left.\left(\sigma^{a-1} + \frac{\tau_\varepsilon(a-1)}{2\sigma^2\tau_\sigma}\right)\right] + T_e - \frac{1+g}{g} + I\tau_\lambda a\sigma^{a-1}\right\}, \end{aligned} \tag{4.41}$$

$$D^{(2)} = I\left[\frac{g\sigma^a}{\tau_\varepsilon a\sigma^{a-1} + \tau_\sigma(1+\sigma^{2a})}\right]^2. \tag{4.42}$$

Стационарное состояние сдвиговых напряжений, определяющееся условием экстремума распределения $P(\sigma)$ (4.28), при подстановке выражений (4.41), (4.42) принимает форму

$$\begin{aligned} &\left\{T_e - \frac{1+g}{g} - \sigma^{2a}\left(\frac{1-g}{g}\right) + I\tau_\lambda a\sigma^{a-1}\right\}\left[\tau_\varepsilon a\sigma^{a-1} + \tau_\sigma\left(1+\sigma^{2a}\right)\right]^2 - \\ &-Iga\sigma^{a-1}\left[\tau_\varepsilon\sigma^{a-1}(a+1) + 2\tau_\sigma\right] = 0. \end{aligned} \tag{4.43}$$

Его решение показано на рис. 4.9. Рисунок 4.9б представляет собой увеличенную область рисунка 4.9а при малых σ, штриховые линии на обоих рисунках совпадают. При больших значениях σ рисунок 4.9 качественно совпадает с рисунком 4.4 для случая $a = 1$. Однако, из рис. 4.9б видно, что при температурах ниже критической появляется ненулевое устойчивое решение, и стационарное состояние при $\sigma_0 = 0$ не реализуется. В общем случае это можно трактовать как отсутствие сухого трения (области DF) в системе. Однако, это ненулевое решение соответствует

стационарным значениям $\sigma_0 \approx 0$, поэтому будем считать, что оно отвечает твердоподобной структуре смазки. Рост температуры T_e приводит к исчезновению указанного участка, т.е. к установлению жидкостного режима трения.

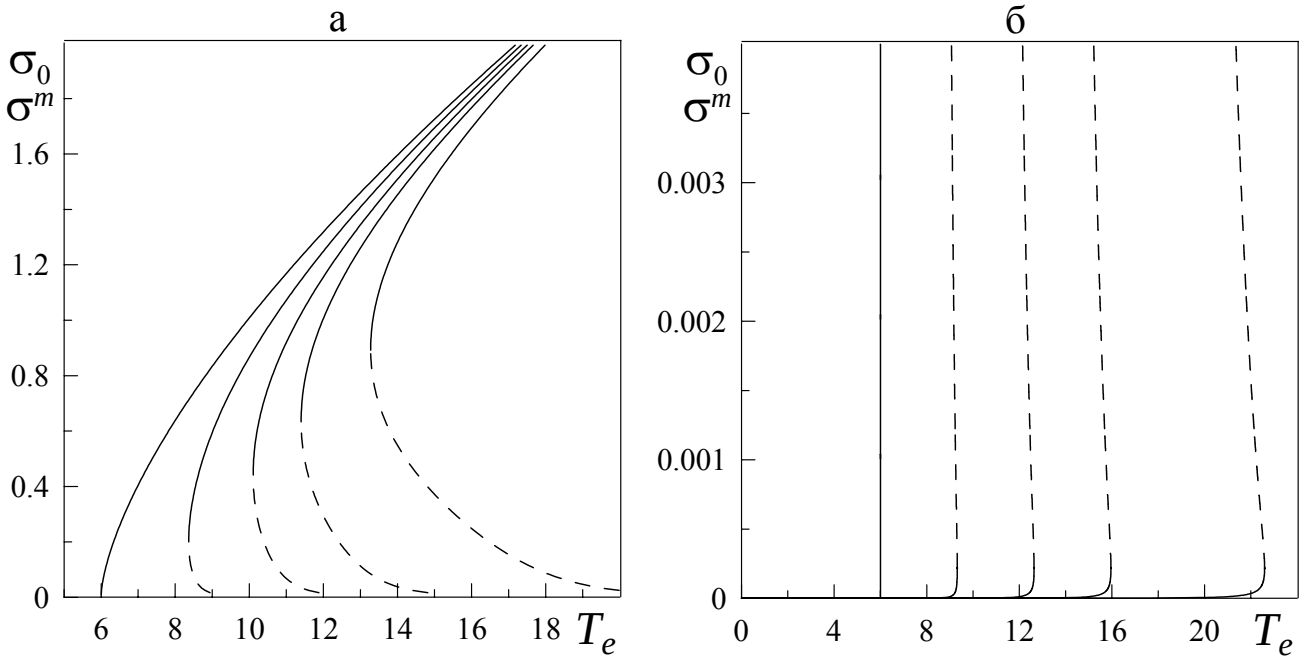

Рис. 4.9. Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры T_e при параметрах $g = 0.2$, τ_σ=τ_ε=τ_λ=0.1, $a = 0.75$ и $I = 0, 1, 2, 3, 5$ (соответствующие кривые расположены слева направо).

На рисунке 4.10 приведена соответствующая фазовая диаграмма, на которой реализуются режимы, совпадающие с описанными на рис. 4.5 с той разницей, что здесь область DF соответствует $\sigma_0 \approx 0$, а не $\sigma_0 = 0$.

Стационарное распределение (4.24), показанное на рис. 4.11, обладает максимумами, положения которых определяются набором величин T_e, g, I, a, τ_λ, τ_ε и τ_σ. При малых значениях температуры трущихся поверхностей T_e реализуется единственный максимум в точке $\sigma_0 \approx 0$, соответствующий твердоподобному состоянию смазки и режиму сухого трения (кривая 1). С ростом T_e (кривая 2) появляется дополнительный максимум в точке $\sigma_0 \neq 0$, отвечающий стационарному состоянию, в котором происходит спонтанное появление сдвиговых напряжений, приводящее к плавлению смазки, переходу к режиму жидкостного трения и, как следствие, скольжению. Так как здесь сосуществуют два максимума, то реализуется

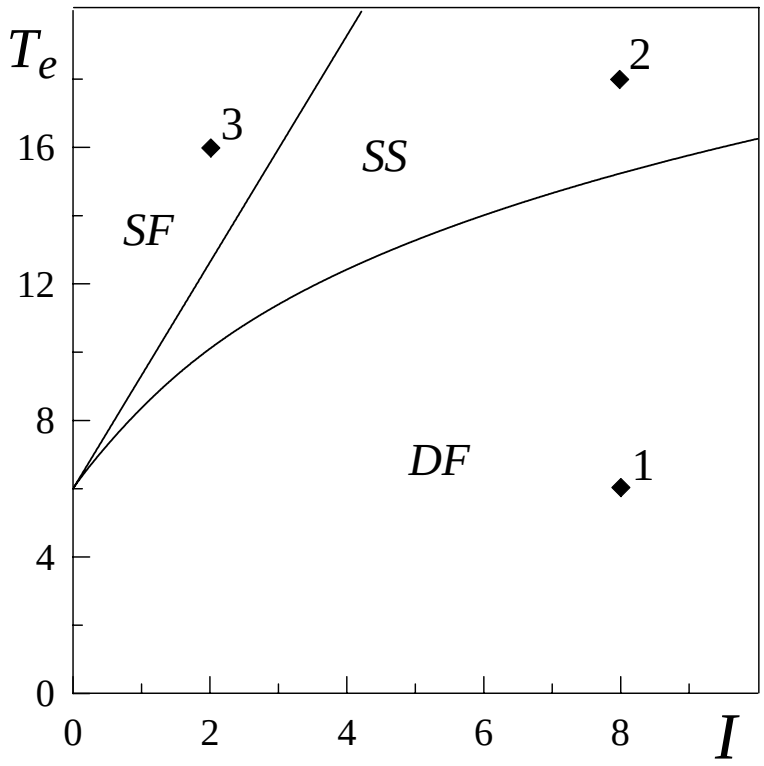

Рис. 4.10. Фазовая диаграмма, соответствующая параметрам рис. 4.9, с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистого (SS) трения.

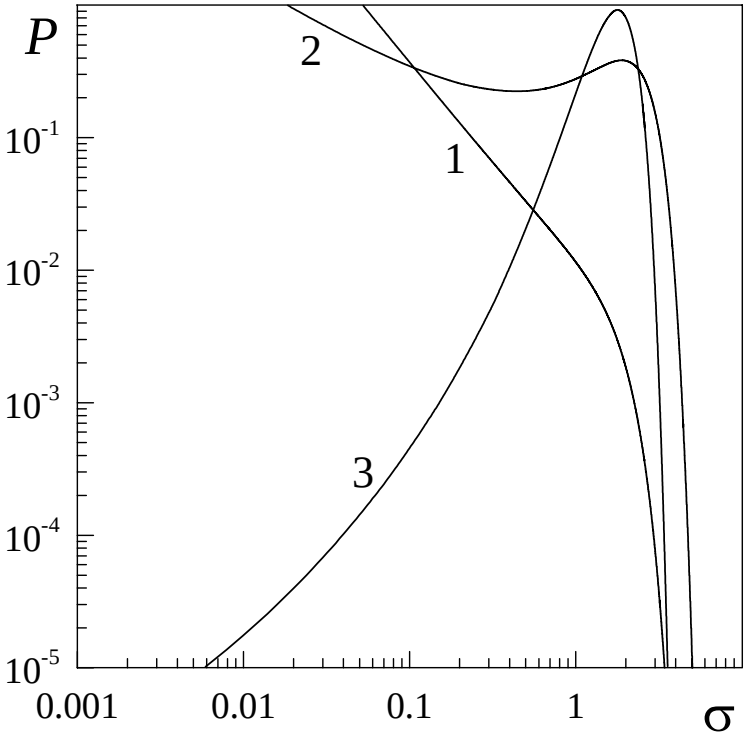

Рис. 4.11. Функция распределения (4.24) для перехода второго рода при параметрах рисунка 4.9 и режимах, показанных точками на рис. 4.10: 1 — $I = 8, T_e = 6$ (DF); 2 — $I = 8, T_e = 18$ (SS); 3 — $I = 2, I_T = 16$ (SF).

прерывистый режим трения (SS). Исчезновение максимума при $\sigma_0 \approx 0$ происходит либо с увеличением температуры T_e, либо с уменьшением интенсивности шума I. При этом устанавливается режим жидкостного трения, характеризуемый одним ненулевым максимумом функции распределения (кривая 3).

Как видно из рис. 4.11, распределение (4.24) принимает степенной вид (3.29) в области $\sigma \ll 1$ даже при низких температурах T_e, отвечающих сухому трению. Это означает, что корреляции флуктуаций приводят к возникновению самоподобного режима поведения твердоподобной смазки.

Анализ уравнения (4.43) показывает, что при переходе от равенства $a = 1$ к случаю $0 < a < 1$ существенное изменение наблюдается для зависимости стационарных сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e. При стационарном детерминистическом рассмотрении система (4.36) — (4.38) приводит к решению (3.41), которое обобщает стандартную корневую зависимость, соответствующую $a = 1$ (см. рис. 3.8). Как видно из рис. 4.12, при постоянной температуре T_e уменьшение показателя a приводит к возрастанию стационарного значения σ_0, соответствующего жидкоподобной смазке. Как было отмечено ранее, минимум функции распределения (4.24), положение которого определяется напряжениями $\sigma_0 = 0$, может реализоваться только в случае $a = 1$.

4.4.2. Учет деформационного дефекта модуля сдвига

Для учета деформационного дефекта модуля сдвига уравнение (4.36) заменим на (см. пункты 4.4.2, 2.2.3)

$$\tau_p \dot{\sigma} = -\sigma^a \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\alpha}\right) + g_\Theta \varepsilon. \tag{4.44}$$

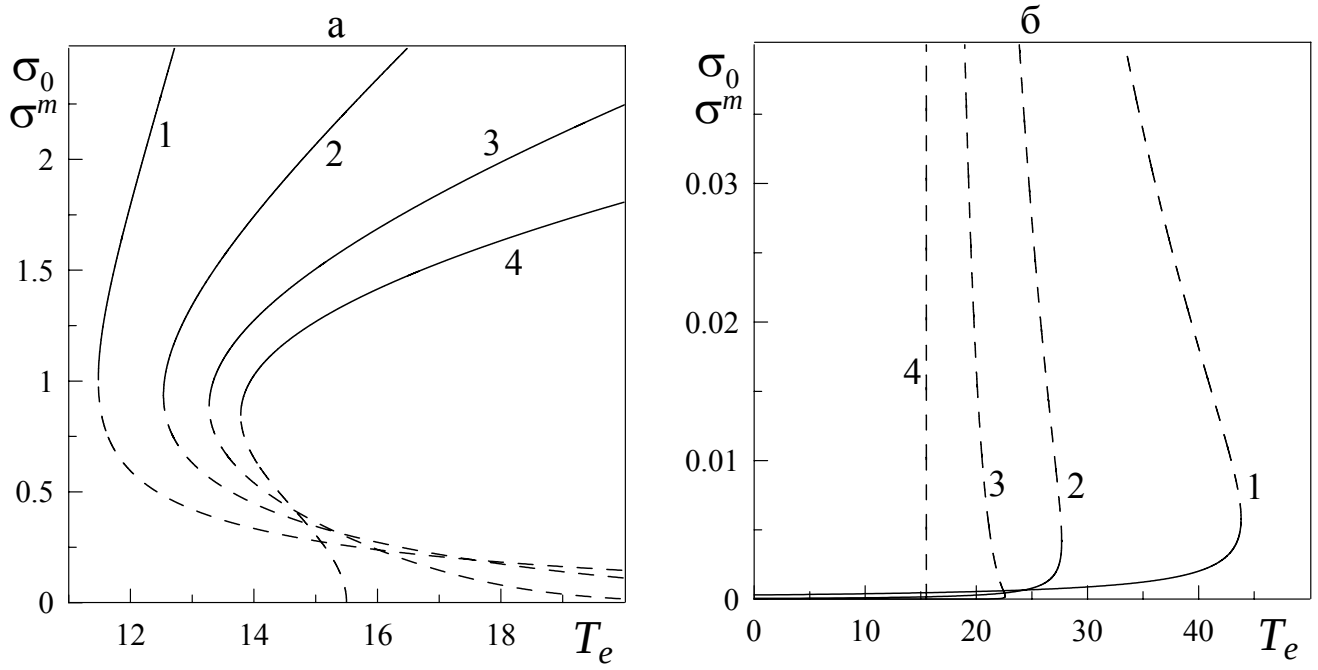

Рис. 4.12. Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры T_e при параметрах рис. 4.9, $I = 5$ и a=0.25, 0.5, 0.75, 1.0 (кривые 1–4 соответственно).

Как и в предыдущем пункте, сведем систему (4.44), (4.37), (4.38) к единственному уравнению для напряжений (4.19) с коэффициентами

$$\begin{aligned}
\gamma(\sigma) &\equiv \frac{1}{g_\Theta}\left[\tau_\varepsilon\left(a\sigma^{a-1}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)+\sigma^a\frac{1-\theta^{-1}}{\alpha(1+\sigma/\alpha)^2}\right)+\tau_p(1+\sigma^{2a})\right],\\
f(\sigma) &\equiv \sigma^a\left[T_e-1-\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)\right]-\sigma^{3a}\left[\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)-1\right],\\
\phi(\sigma) &\equiv \sigma^a, \quad m\equiv\frac{\tau_p\tau_\varepsilon}{g_\Theta}.
\end{aligned} \tag{4.45}$$

С учетом этого, коэффициенты дрейфа $D^{(1)}$ и диффузии $D^{(2)}$ в уравнении Фоккера-Планка (4.21) приобретают вид

$$\begin{aligned}
D^{(1)} &= \frac{\sigma^a}{\gamma}\left\{T_e-1-\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)+\sigma^{2a}\left[1-\frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)\right]+\right.\\
&+ I\sigma^{a-1}a\tau_\lambda-\frac{2I\sigma^a}{\gamma^2 g_\Theta}\left[\tau_p\sigma^{2a-1}a+\tau_\varepsilon\left(\frac{a(a-1)(\theta^{-1}\alpha+\sigma)\sigma^{a-2}+a\sigma^{a-1}}{2\alpha(1+\sigma/\alpha)}+\right.\right.\\
&+ \left.\left.\frac{a(1-2\theta^{-1}-\sigma/\alpha)\sigma^{a-1}}{2\alpha(1+\sigma/\alpha)^2}+\frac{(\theta^{-1}-1)\sigma^a}{\alpha^2(1+\sigma/\alpha)^3}\right)\right]\Bigg\},
\end{aligned} \tag{4.46}$$

$$D^{(2)} = \frac{I\sigma^{2a}}{\gamma^2}. \tag{4.47}$$

Стационарное состояние сдвиговых напряжений определяется условием (4.28),

которое, согласно выражениям (4.46), (4.47), принимает вид:

$$\left\{T_e - 1 - \frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right) + \sigma^{2a}\left[1 - \frac{1}{g_\Theta}\left(\frac{\theta^{-1}+\sigma/\alpha}{1+\sigma/\alpha}\right)\right] + I\sigma^{a-1}a\tau_\lambda\right\}\gamma^2 -$$
$$-2I\sigma^{a-1}a\gamma + \frac{2I\sigma^a\tau_\varepsilon}{g_\Theta}\left[\frac{\sigma^{2a-1}a\tau_p}{\tau_\varepsilon} + \frac{\sigma^{a-2}a(a-1)(\sigma+\theta^{-1}\alpha)+\sigma^{a-1}a}{2\alpha(1+\sigma/\alpha)} + \right.$$
$$\left. + \frac{\sigma^{a-1}a(1-2\theta^{-1}-\sigma/\alpha)}{2\alpha(1+\sigma/\alpha)^2} + \frac{\sigma^a(\theta^{-1}-1)}{\alpha^2(1+\sigma/\alpha)^3}\right] = 0. \qquad (4.48)$$

Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры поверхностей трения T_e является решением уравнения (4.48) и показана на рис. 4.13.

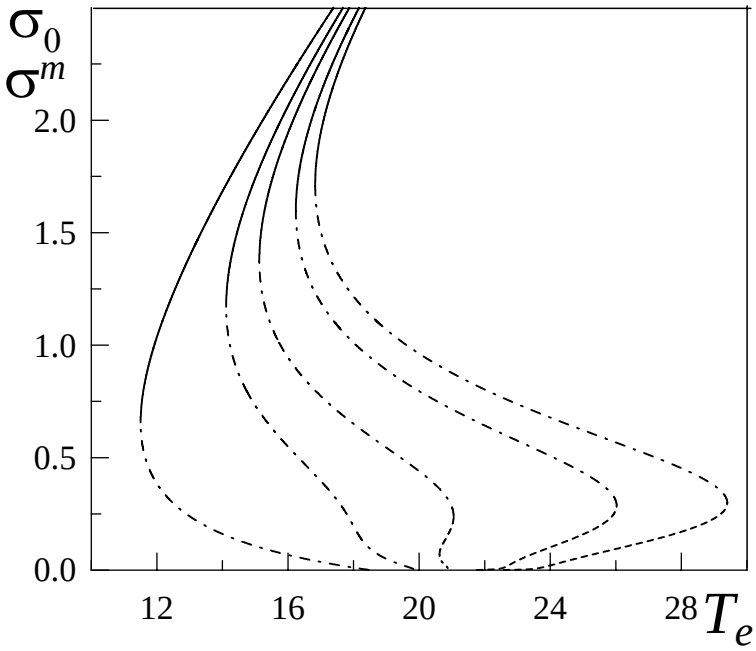

Рис. 4.13. Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры T_e для перехода первого рода при $\tau_p = \tau_\varepsilon = \tau_\lambda = 0.1$, $\theta^{-1} = 7$, $\alpha = 0.3$, $g_\Theta = 0.4, a = 0.75$ и I=0, 1.5, 2.5, 4, 5 (соответствующие кривые расположены слева направо).

Здесь, как и в случае непрерывного превращения (см. предыдущий пункт), нулевые стационарные значения напряжений заменяются значением $\sigma_0 \approx 0$. Из рисунка видно, что возрастание интенсивности шума I приводит к появлению двух стационарных состояний, которые отвечают максимумам функции распределения $P(\sigma)$ (4.24) при ненулевых напряжениях. Таким образом, существуют два значения напряжения σ_0, при которых плавится смазка [57]. Меньшее из этих значений отвечает метастабильному жидкоподобному состоянию смазки (штриховая кривая

на рис. 4.13), большее (сплошная) — ее устойчивому жидкоподобному состоянию. Их разделяет неустойчивое состояние (штрихпунктирная кривая) при значении напряжений σ^m, которое соответствует минимуму вероятности (4.24).

На рис. 4.14 приведено распределение (4.24) для различных режимов трения. Как и в случае перехода второго рода, в области $\sigma \ll 1$ наблюдается линейный участок распределения.

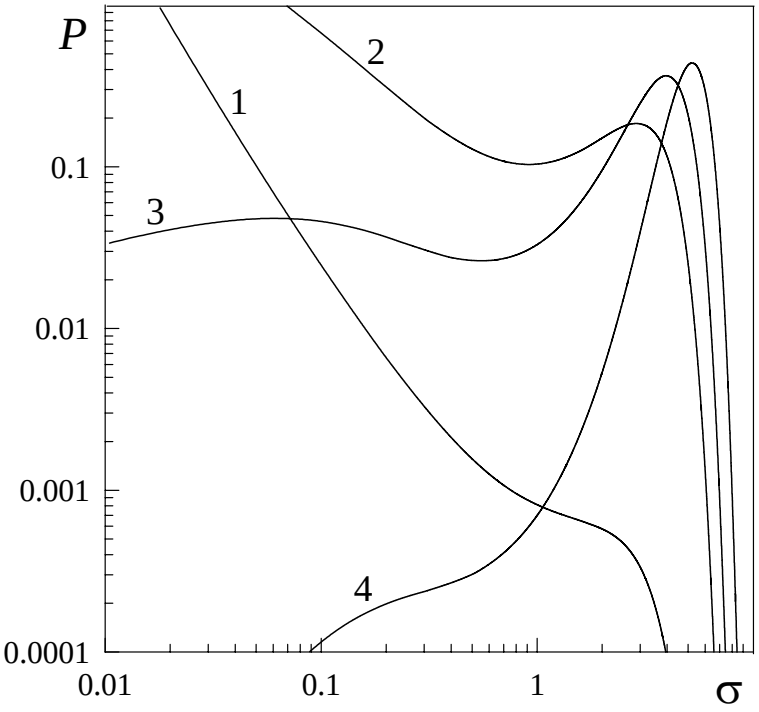

Рис. 4.14. Функция распределения сдвиговых напряжений, соответствующая параметрам рис. 4.13 и $I = 5$. Кривые $1 - 4$ отвечают точкам на фазовой диаграмме (рис. 4.15).

Фазовая диаграмма, характерная для данной системы, представлена на рис. 4.15. Здесь область сухого трения DF отвечает существованию единственного максимума вероятности $P(\sigma)$ при $\sigma_0 \approx 0$ (кривая 1 на рис. 4.14). В области прерывистого трения (SS) сосуществуют твердоподобная и жидкоподобная фазы смазки, т.е. кроме $\sigma_0 \approx 0$ на зависимости $P(\sigma)$ появляется максимум при $\sigma_0 > 0$, который отвечает плавлению смазки или жидкостному трению (кривая 2 на рис. 4.14). Область $MSF + SF$ характеризуется подобным видом функции $P(\sigma)$, с тем отличием, что первый максимум здесь реализуется при значении $\sigma_0 > 0$, а не $\sigma_0 \approx 0$ (см. кривую 3). Область $SS+SF$ характеризуется самым сложным видом функции

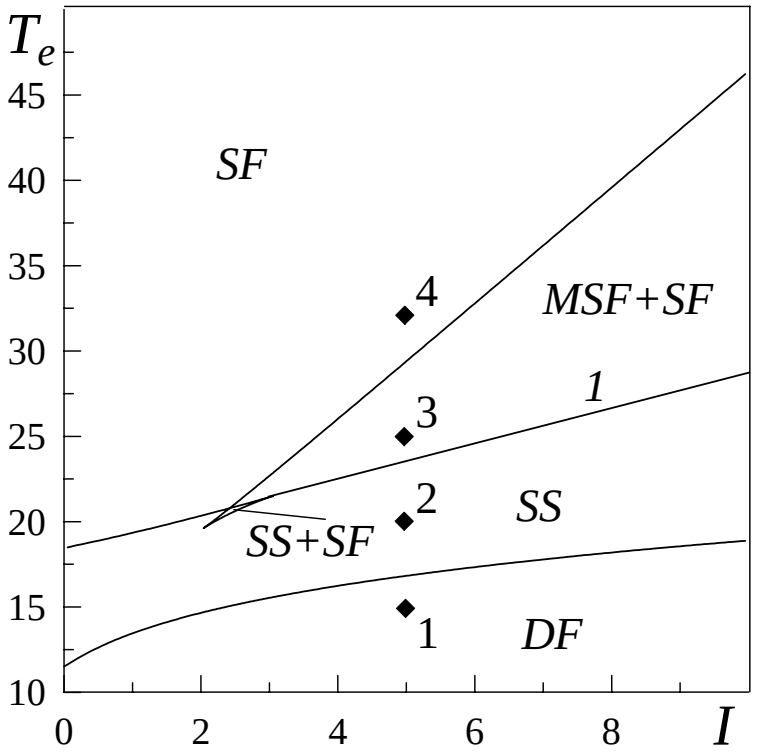

Рис. 4.15. Фазовая диаграмма с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистых (SS, $SS + SF$, $MSF + SF$) режимов трения, соответствующая параметрам рис. 4.13. Точки 1–4 соответствуют температурам $T_e = 15, 20, 25, 32$ при $I = 5$.

$P(\sigma)$. Здесь сосуществуют твердоподобное ($\sigma_0 \approx 0$) и два жидкоподобных состояния смазки, причем последние отвечают максимумам $P(\sigma)$. Это означает возможность реализации прерывистого ($stick - slip$) движения, при котором происходят переходы между динамическими режимами трения, соответствующими трем указанным состояниям, с различной вероятностью. Как и в случае фазового перехода второго рода, устойчивому жидкостному трению SF отвечает единственный ненулевой максимум функции распределения (кривая 4 на рис. 4.14).

При переходе от случая $a = 1$ к $0 < a < 1$ существенное изменение наблюдается для зависимости стационарных сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры T_e. Согласно (4.48), в детерминистической ситуации ($I = 0$) могут выполняться равенства $\sigma_0 = 0$ и $\sigma^m = 0$ (см. рис. 4.16а).

Из рис. 4.16б видно, что при интенсивности шума $I \neq 0$ максимум функции распределения $P(\sigma)$ (4.24) может реализоваться при $\sigma_0 = 0$, только когда $a = 1$. В остальных случаях он реализуется при значениях $\sigma_0 \approx 0$. Таким образом, твер-

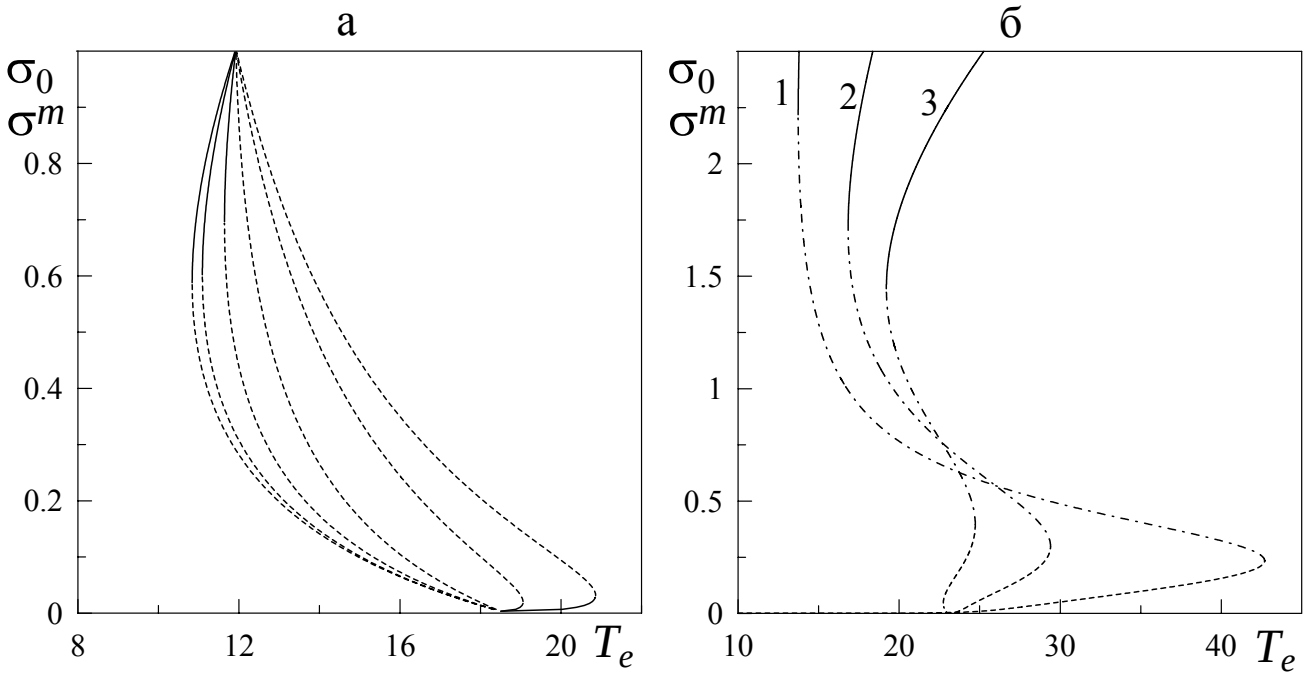

Рис. 4.16. Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений σ_0, σ^m от температуры T_e при параметрах рис. 4.13: а $-$ $I = 0$ и a=0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 (соответствующие кривые расположены справа налево); б $-$ $I = 5$ и a=0.5, 0.75, 1.0 (кривые 1, 2, 3 соответственно).

доподобному режиму трения (DF) в системе при $a \neq 1$ и $I \neq 0$ отвечает максимум функции распределения вблизи нулевых напряжений. Выражение (4.48) имеет сложную структуру даже при $I = 0$. В частности, как видно из рис. 4.16а, с ростом величины a максимум функции $T_e(\sigma)$ трансформируется в ее минимум, что означает изменение характера трения.

4.5. Выводы

1. Проведено исследование влияния коррелированных флуктуаций температуры смазки, которые описываются процессом Орнштейна-Уленбека, на характер ее плавления. Эти флуктуации представляют цветной шум, характеризуемый интенсивностью I и временем корреляции τ_λ . Рассмотрено поведение наиболее вероятного значения сдвиговых напряжений, и построены фазовые диаграммы как в случае перехода второго рода $-$ плавления аморфной смазки, так и при переходе

первого рода — плавлении кристаллической смазки.

2. Показано, что в случае непрерывного превращения при малых интенсивностях I переход к жидкостному режиму трения происходит, минуя область прерывистого трения, т.е. имеет характер перехода второго рода — плавления аморфной смазки. В обратном случае больших I реализуется переход первого рода, соответствующий плавлению кристаллической смазки.

3. При учете деформационного дефекта модуля сдвига показано, что изменение значения I интенсивности флуктуаций температуры трущихся поверхностей может перевести систему из режима сухого трения к жидкостному, при этом последний возникает при двух значениях сдвиговых напряжений. Соответственно на фазовой диаграмме появляются области, где прерывистый ($stick - slip$) режим трения характеризуется наличием метастабильного жидкоподобного состояния смазки, а также могут происходить переходы между метастабильным и устойчивым жидкостными режимами трения.

4. Рассмотрен самоподобный режим трения и выяснено, что при этом твердоподобному состоянию смазки отвечает ненулевой максимум функции распределения при $\sigma_0 \approx 0$. При наличии деформационного дефекта модуля сдвига возможно возникновение прерывистого движения, характеризуемого спонтанными переходами между тремя стационарными значениями сдвиговых напряжений, при которых реализуется сухое, метастабильное и устойчивое жидкостное трение.

5. Выяснено, что цветной шум приводит к степенному виду распределения напряжений в области их малых значений даже при низких температурах поверхностей трения, отвечающих сухому трению. Это означает, что корреляции флуктуаций приводят к возникновению самоподобного режима поведения твердоподобной смазки.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в статьях [27, 30, 31] и тезисах конференций [81, 91–93].

РАЗДЕЛ 5

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

В настоящее время для получения наноструктурных объемных материалов широко используются методы ИПД. Это связано с тем, что метод довольно прост и позволяет быстро получать фрагментированные образцы больших размеров, которые используются в промышленности. ИПД - сложный многоуровневый процесс. По этой причине теоретическое описание ИПД является чрезвычайно сложной задачей, и необходимо приветствовать все попытки в этом направлении [68]. Проблема состоит в разумном выборе основных параметров задачи и в обоснованном пренебрежении практически бесконечной совокупностью других параметров. Фактически, в процессе ИПД между собой взаимодействуют множество дефектных подсистем, однако главным решающим дефектом разумно положить самый крупный из них, каковым является граница зерна. По сути, процесс фрагментации зерен сводится к продуцированию новых границ и, как следствие, к измельчению зерна. Данный процесс не является прямым превращением работы внешних сил в энергию границ зерен, а протекает как через промежуточные этапы через формирование иерархии дефектных подструктур, и влияние этой цепочки можно учесть коэффициентами теории.

Существующая теория [68], которая базируется на обобщении экспериментальных данных, не может объяснить причину формирования предельного состояния, когда при последующих циклах ИПД зерна перестают измельчаться [9]. Чтобы описать этот процесс в теорию искусственно вводится некоторый притягивающий аттрактор. Кроме того, в теории отсутствует температурный аспект задачи, в силу чего нельзя описать такие важные варианты проблемы как низкотемпературное равноканальное угловое прессование [96], низкотемпературная квазигидроэкструзия [97] и т.д.

В настоящее время для описания целого ряда процессов – разрушения квазихрупких материалов, измельчения зерен в процессе обработки металлов методами ИПД и т.д. – разрабатываются методы по своей сути близкие теории Ландау фазовых переходов [98–100]. В них эволюционные уравнения всех основных параметров получены путем дифференцирования многомерного термодинамического потенциала.

В данном разделе приведена термодинамическая теория фрагментации твердых тел, которая исходит из многомерного термодинамического потенциала. Исследование этого потенциала позволяет построить фазовую диаграмму, которая прогнозирует принципиально различные режимы фрагментации. Введение шумов позволяет описать самоподобный режим фрагментации, при котором формируются фрактальные предельные структуры, наблюдаемые экспериментально. Проанализировано влияние внешнего периодического воздействия, когда первый, либо второй инварианты тензора деформации изменяются по закону косинуса.

5.1. Основные уравнения

Первый закон термодинамики для твердого тела в обратимых процессах описывает изменение плотности его внутренней энергии u в зависимости от работы δA, выполненной внешними телами, и от притока тепла от внешних источников δQ на единицу объема [101]:

$$du = \delta A + \delta Q = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + T ds, \tag{5.1}$$

где σ_{ij}, ε_{ij} – тензоры напряжений и деформаций, T, s – температура и плотность энтропии (за счет внешних источников тепла). В случае необратимых процессов равенство (5.1) превращается в неравенство, отражающее производство энтропии внутренними источниками [101]. В то же время с точки зрения закона сохранения энергии равенство (5.1) можно считать строго справедливым и для неравновесных

процессов, если под величиной Tds подразумевать только тепло, полученное от внешних источников. Действительно, всякий неравновесный процесс одновременно является необратимым [101, 102]. Представим тензор деформаций в виде суммы упругой (обратимой) и вязкой (необратимой) частей $\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^n_{ij}$, тогда

$$du = \sigma_{ij} d\varepsilon^e_{ij} + \sigma_{ij} d\varepsilon^n_{ij} + Tds. \tag{5.2}$$

Необратимая часть работы внешних сил пойдет на "разогрев" системы и на производство дополнительных высокоэнергетических объектов. Тогда

$$\sigma_{ij} d\varepsilon^n_{ij} \equiv Tds' + \varphi dh, \tag{5.3}$$

где s' – дополнительное производство энтропии за счет внутренних процессов, φ и h – сопряженная пара термодинамических переменных – средняя энергия дефекта и плотность дефектов. Объединяя производство энтропии s' вследствие необратимых внутренних процессов с таковой, полученной от внешних источников, и переобозначая ее через s , получим обобщение первого и второго закона термодинамики в виде тождества [10, 98–100]:

$$du = \sigma_{ij} d\varepsilon^e_{ij} + Tds + \varphi dh. \tag{5.4}$$

Соотношение (5.4) является эквивалентом первого закона термодинамики после установления в системе некоторого стационарного состояния. Это стационарное состояние не является строго равновесным, так как сопровождается диссипативными процессами. Отметим, что его можно рассматривать как один из видов равновесия в системе, когда процессы, идущие во взаимообратных направлениях, сбалансированы и "не изменяются" во времени. При этом в системе может сформироваться специфическое распределение типичное для данного состояния.

В общем случае в процессе обработки металлов методами ИПД формируется целая иерархия дефектов – дислокации, скопления дислокаций, ячеистые структуры, оборванные границы, малоугловые границы и высокоугловые или межзеренные границы и т.п. Поэтому в (5.4) следовало бы писать сумму по всем типам дефектов, но здесь для простоты полагается наличие дефектов только одного типа.

Полагается, что главным дефектом является самый крупный дефект структуры — граница зерна, а остальные дефекты могут быть учтены значениями параметров теории. Строго это не совсем так, так как в процессе деформации может меняться соотношение между дефектами различных структурных уровней, но при выходе на стационарный режим это соотношение будет стремиться к постоянному значению, и для качественного описания модель с одним типом дефектов будет вполне приемлемой. В этом случае φ есть некоторая удельная энергетическая характеристика — средняя поверхностная плотность энергии внутренних границ — границ зерен, а h — объемная плотность суммарной поверхности границ зерен.

Все величины, входящие в (5.4), могут быть экспериментально измерены или вычислены. Первое слагаемое описывает обратимую часть внешней работы (изменение упругой энергии), второе слагаемое — тепловой канал диссипации, последнее слагаемое — канал диссипации, связанный с образованием дефектов. Энергия, введенная в систему за счет необратимой части внешней работы, распределяется между этими двумя каналами, которые с математической и физической точки зрения являются равноправными.

Плотность энергии границ зерен будет тем выше, чем выше энергия каждого атома границы, и чем "толще" сама граница, т.е. чем выше уровень ее неравновесности. Уровень неравновесности границ повышается с ростом уровня фрагментации материала. Поэтому между плотностью энергии границ зерен и обратной величиной размера зерна в случае ИПД существует некоторая монотонная зависимость. Малые значения φ отвечают крупным зернам (в пределе $\varphi \to 0$ монокристаллу), большие значения параметра φ соответствуют более мелкому зерну (в пределе $\varphi \to \infty$ аморфному состоянию). Аналогично тому, как температура и энтропия являются средними характеристиками динамического теплового хаоса, плотность энергии границ зерен и плотность их суммарной поверхности характеризуют в среднем статический хаос, связанный со случайным распределением потенциального поля дефектов.

Если система не достигла стационарного состояния, то в соответствии с общи-

ми принципами термодинамики для ее описания необходимо увеличить количество независимых аргументов [101]. Соотношение (5.4) на этот случай можно обобщить в виде [103]:

$$du = \sigma_{ij} d\varepsilon^e_{ij} + Tds + \chi ds' + \varphi dh. \tag{5.5}$$

Неравновесное состояние задается набором параметров, два из которых ε^e_{ij} и s описывают часть системы, которая уже пришла к равновесному распределению, а два другие s', h — неравновесную часть системы (χ — неравновесная температура). Полагается, что изменение внутренней энергии является полным дифференциалом от всех четырех переменных. Производные от нее по равновесным переменным дают термодинамические силы σ_{ij} и T, а по неравновесным переменным — обобщенные термодинамические силы χ и φ, стремящиеся привести систему к стационарному состоянию.

В процессе диссипации часть энергии связывается полем тепловых колебаний Ts, часть же — дефектами φh. Осуществляя полное преобразование Лежандра по обоим видам связанной энергии, получим выражение для плотности свободной энергии в виде:

$$f = u - Ts - \varphi h. \tag{5.6}$$

Согласно (5.4), внутренняя энергия является функцией экстенсивных переменных ε^e_{ij}, s и h, то есть $u = u(\varepsilon^e_{ij}, s, h)$, а свободная энергия (5.6) в силу преобразования Лежандра — экстенсивной переменной ε^e_{ij} и двух интенсивных переменных T и φ, то есть $f = f(\varepsilon^e_{ij}, T, \varphi)$.

Поскольку точное аналитическое выражение для свободной энергии не известно, рассмотрим упрощенную модель, разложив свободную энергию в ряд по ее аргументам вплоть до кубических вкладов:

$$f(\varphi, T, \varepsilon^e_{ij}) = f'_0 - h'_0\varphi + \frac{1}{2}a'\varphi^2 - \frac{1}{3}b\varphi^3 + \frac{1}{2}\lambda(\varepsilon^e_{ii})^2 + \mu(\varepsilon^e_{ij})^2 - g\varphi\varepsilon^e_{ii} -$$
$$-\frac{1}{2}\bar{\lambda}\varphi(\varepsilon^e_{ii})^2 - \bar{\mu}\varphi(\varepsilon^e_{ij})^2 - e\varphi^2\varepsilon^e_{ii} + \alpha'\varphi\Delta T + \alpha_g\varphi\Delta T\varepsilon^e_{ii} + \beta\varphi^2\Delta T - \gamma(\Delta T)^2, \tag{5.7}$$

где $\Delta T = T - T_0$, T_0 — начальная температура до ИПД для бездефектного состояния. Постоянные h'_0, a', b выражают зависимость свободной энергии квазирав-

новесной подсистемы от плотности энергии границ зерен при отсутствии внешних воздействий. Остальные параметры описывают внешние механические, температурные или смешанные воздействия. Упругие напряжения учитываются с точностью до квадратичных вкладов через первые два инварианта тензора деформаций ε^e_{ii}, $(\varepsilon^e_{ij})^2 = \varepsilon^e_{ij}\varepsilon^e_{ji}$, где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. При этом первый инвариант представляет след тензора деформаций $\varepsilon^e_{ii} = \varepsilon^e_1 + \varepsilon^e_2 + \varepsilon^e_3$, а второй определяется выражением

$$(\varepsilon^e_{ij})^2 \equiv (\varepsilon^e_{ll})^2 - 2I_2 = (\varepsilon^e_1+\varepsilon^e_2+\varepsilon^e_3)^2 - 2(\varepsilon^e_1\varepsilon^e_2+\varepsilon^e_1\varepsilon^e_3+\varepsilon^e_2\varepsilon^e_3) = (\varepsilon^e_1)^2+(\varepsilon^e_2)^2+(\varepsilon^e_3)^2. \quad (5.8)$$

Данные определения инвариантов предполагают, что симметричный тензор ε^e_{ij} упругих деформаций приведен к диагональному виду. Вследствие быстрой релаксации в неравновесной подсистеме напряжения, при которых проявляются кубические вклады по тензору деформаций ε^e_{ij}, не успевают развиться. Далее при анализе берутся отрицательные значения инварианта ε^e_{ii}, поскольку описывается процесс сжатия деформируемого объекта, что и реализуется при ИПД.

Компоненты деформации ε^e_{ij} являются управляющими параметрами, представляющими внешнее воздействие, и их можно считать константами. Тогда после переобозначения постоянных

$$\begin{aligned} &f_0 = f_0' + \frac{1}{2}\lambda(\varepsilon^e_{ii})^2 + \mu(\varepsilon^e_{ij})^2, \quad h_0 = h_0' + g\varepsilon^e_{ii} + \frac{1}{2}\bar{\lambda}(\varepsilon^e_{ii})^2 + \bar{\mu}(\varepsilon^e_{ij})^2, \\ &a = a' - 2e\varepsilon^e_{ii}, \quad \alpha = \alpha' + \alpha_g\varepsilon^e_{ii} \end{aligned} \quad (5.9)$$

свободная энергия принимает более простой вид:

$$f(\varphi, T) = f_0 - h_0\varphi + \frac{1}{2}a\varphi^2 - \frac{1}{3}b\varphi^3 + \alpha\varphi\Delta T + \beta\varphi^2\Delta T - \gamma(\Delta T)^2. \quad (5.10)$$

5.2. Фазовая диаграмма

Исследуем режимы фрагментации в процессе ИПД на основе приведенной в предыдущем подразделе термодинамической теории. С этой целью запишем для

оставшихся в (5.10) компонент уравнения движения

$$\tau_\varphi \dot{\varphi} = -\frac{\partial f}{\partial \varphi}, \quad \tau_T \dot{T} = -\frac{\partial f}{\partial T}, \tag{5.11}$$

где введены времена релаксации τ_φ, τ_T соответствующих величин, характеризующие инерционные свойства системы. Измеряя для удобства время в единицах τ_φ, получим двухпараметрическую систему уравнений для параметров состояния:

$$\dot{\varphi} = h_0 - a\varphi + b\varphi^2 - \alpha\Delta T - 2\beta\varphi\Delta T, \tag{5.12}$$

$$\tau\dot{T} = -\alpha\varphi - \beta\varphi^2 + 2\gamma\Delta T, \tag{5.13}$$

где $\tau \equiv \tau_T/\tau_\varphi$. Фактически, все хорошо известные дислокационные механизмы пластической деформации (см. например, достаточно полные обзоры по этой проблеме [104, 105]) принимают участие в формировании новой границы зерна. Однако их учет осуществляется выбором эффективной постоянной теории h_0, которая представляет собой эффективную плотность дефектов более глубоких структурных уровней или источник для повышения энергии границ зерен, то есть, степени их неравновесности (см. эволюционное уравнение (5.12)). Распад сильно неравновесных границ приводит к их размножению, то есть, к дроблению зерен.

Следует отметить, что в свободной энергии (5.7) в отличие от [10, 100] нами дополнительно учтены два последних слагаемых. Первое из них позволяет ввести отрицательную обратную связь между φ и T в уравнении (5.12), второе необходимо для описания самосогласованного поведения φ и T.

Используем адиабатическое приближение $\tau_\varphi \gg \tau_T$, при котором эволюция температуры T следует за изменениями параметра φ. При этом в уравнении (5.13) можно положить $\tau\dot{T} \approx 0$ и получить зависимость для температуры

$$T = T_0 + \frac{\alpha}{2\gamma}\varphi + \frac{\beta}{2\gamma}\varphi^2. \tag{5.14}$$

Подставив ΔT из (5.14) в (5.12), получим уравнение типа Ландау-Халатникова:

$$\dot{\varphi} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi}, \tag{5.15}$$

где производная $-\partial V/\partial\varphi \equiv F(\varphi)$ задает термодинамическую силу F:

$$F(\varphi) = h_0 - \left(a + \frac{\alpha^2}{2\gamma}\right)\varphi + \left(b - \frac{3\beta\alpha}{2\gamma}\right)\varphi^2 - \left(\frac{\beta^2}{\gamma}\right)\varphi^3, \tag{5.16}$$

которая стремится привести параметр φ в притягивающий аттрактор, соответствующий стационарному значению. Система при этом описывается термодинамическим потенциалом

$$V(\varphi) \equiv -\int_0^{\varphi} F(\varphi)d\varphi, \tag{5.17}$$

совпадающим с (5.10) при использовании подстановки (5.14).

Стационарные состояния плотности энергии границ зерен φ задаются условием экстремума потенциала (5.17), так как при $\partial V/\partial\varphi = 0$ согласно (5.15) $\dot{\varphi} = 0$. При этом максимумы потенциала соответствуют неустойчивым состояниям, а его минимумы — устойчивым. Условие стационарности $\partial V/\partial\varphi = 0$ приводит к выражению

$$2\beta^2\varphi^3 - (2b\gamma - 3\alpha\beta)\,\varphi^2 + (\alpha^2 + 2a\gamma)\varphi - 2h_0\gamma = 0. \tag{5.18}$$

Таким образом, положения экстремумов потенциала зависят от параметров задачи $a, b, \alpha, \beta, \gamma, h_0$ и не зависят от уровня отсчета энергии f_0. Данные экстремумы определяют режимы фрагментации при ИПД.

Решение (5.18) показано на рис. 5.1, согласно которому при больших отрицательных значениях инварианта ε^e_{ii} существуют три стационарных состояния, два из которых соответствуют минимуму потенциала $V(\varphi)$ (сплошная и штриховая кривая), а один его максимуму (штрихпунктирная кривая). Первый минимум может достигаться при нулевом и ненулевом значении плотности энергии границ зерен φ_0 в зависимости от величины $(\varepsilon^e_{ij})^2$. Ненулевые значения он принимает только в том случае, когда $(\varepsilon^e_{ij})^2$ больше некоторой критической величины. Это связано с тем, что при ИПД процесс фрагментации может протекать, когда упругие деформации ε^e_{ij} и связанные с ними напряжения σ_{ij} превышают предел текучести. Стационарные состояния в процессе ИПД могут быть достигнуты только при выполнении этого условия. Если оно не выполняется, то система также может стремиться к

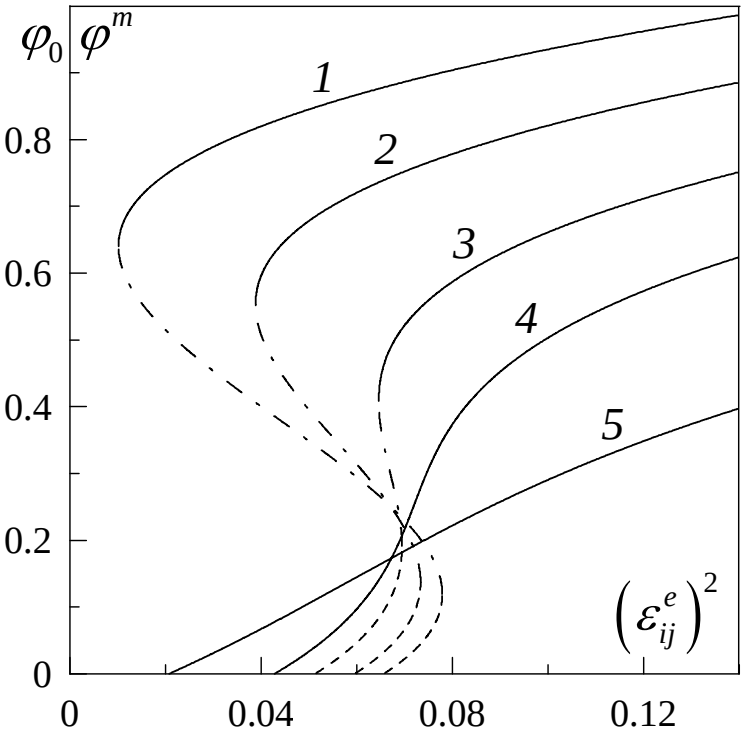

Рис. 5.1. Зависимость стационарных значений плотности энергии границ зерен φ_0, φ^m от инварианта $(\varepsilon^e_{ij})^2$ при параметрах $h'_0 = 0.005$, $\bar{\lambda} = 0.01$, $\bar{\mu} = 2.1$, $\alpha' = 1.7$, $\alpha_g = 1.0$, $e = 0.05$, $g = 0.1$, $a' = 0.3$, $\gamma = 2.4$, $\beta = 2.2$, $b = 2.5$. Кривые 1–5 отвечают значениям $\varepsilon^e_{ii} = -1.55, -1.4, -1.2, -1.0, -0.5$.

стационарным состояниям, однако, с другой, существенно более низкой, скоростью. Отметим, что в возбужденном (деформированном) состоянии предел текучести примерно на 10% выше, чем в равновесном (в сталях повышение предела текучести, обусловленное возбуждением границ зерен, достигало 50%) [106]. Согласно кривым 1–3, меньшее из устойчивых стационарных значений φ_0 отвечает большему размеру зерна (штриховые части кривых), большее (сплошная) — меньшему его размеру. Их разделяет неустойчивое состояние (штрихпунктирная кривая) при значении плотности энергии границ зерен φ^m, которое соответствует максимуму потенциала. Следует отметить, что нулевой минимум отвечает крупнозернистому поликристаллу, а в пределе монокристаллу. В случае монокристалла изначально реализуется нулевой минимум потенциала, и только когда он становится ненулевым процесс фрагментации начинает протекать.

Если образец до ИПД уже имеет мелкозернистую структуру (реализуется состояние, близкое к ненулевому минимуму $V(\varphi)$), то, согласно кривой 1, эволюция

структуры материала к стационарному состоянию возможна даже при малых значениях $(\varepsilon_{ij}^e)^2$.

Для всех приведенных на рисунке кривых при $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = 0$ образец представляет собой монокристалл (или крупнозернистый поликристалл). Если увеличивать деформацию $(\varepsilon_{ij}^e)^2$, то некоторое время реализуется монокристалл ($\varphi_0 = 0$). Согласно кривым 1 и 2, при увеличении $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ до значения, когда сосуществуют нулевой и ненулевой минимумы потенциала процесс фрагментации не может произойти, так как эти минимумы разделены потенциальным барьером (штрихпунктирная линия). Затем нулевой минимум становится ненулевым (пунктирная линия), и происходит непрерывный процесс фрагментации. При дальнейшем увеличении деформации первый минимум исчезает вместе с потенциальным барьером, и система по механизму фазового перехода первого рода резко переходит в состояние, описываемое вторым минимумом потенциала (сплошная линия). При этом происходит резкое уменьшение размеров зерен. Известно, что при фазовом переходе первого рода из-за наличия одновременно двух минимумов термодинамического потенциала система может находиться в двух метастабильных фазах [18]. Здесь это означает сосуществование предельных структур с различным размером зерна.

В случае, описываемом кривой 3, в отличие от кривых 1, 2 реализация потенциала одновременно с нулевым и ненулевым минимумами невозможна. В остальном кривые 1–3 эквивалентны.

С последующим уменьшением ε_{ii}^e по абсолютному значению (кривые 4, 5) будет реализоваться непрерывный переход второго рода между монокристаллом и фрагментированным образцом при отсутствии потенциального барьера. При этом возможно формирование только одной предельной структуры.

Критическое значение квадрата сдвиговых деформаций получается из (5.18) при $\varphi = 0$

$$(\varepsilon_{ij}^e)_c^2 = -\frac{1}{\bar{\mu}}\left(h_0' + g\varepsilon_{ii}^e + \frac{1}{2}\bar{\lambda}(\varepsilon_{ii}^e)^2\right). \qquad (5.19)$$

В координатах $(\varepsilon_{ij}^e)^2$–ε_{ii}^e (5.19) представляет кривую второго порядка, ниже которой существует стационарное решение (5.18), отвечающее минимуму $V(\varphi)$ в точке

$\varphi_0 = 0$. На рис. 5.1 кривые выходят из точки (5.19) на оси абсцисс. Поэтому выражение (5.19) представляет значение второго инварианта, при котором начинает протекать процесс фрагментации. Поскольку (5.19) содержит величину ε^e_{ii}, все кривые выходят из разных точек.

На рис. 5.2 приведена фазовая диаграмма, где линии отвечают пределам потери устойчивости системы. Кривая 1, ниже которой возможно нулевое стационарное

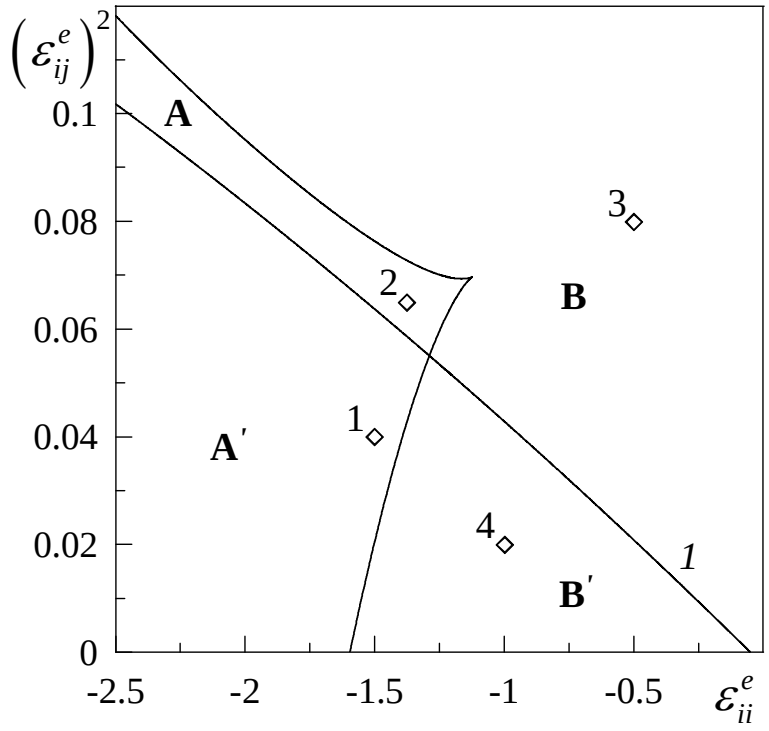

Рис. 5.2. Фазовая диаграмма системы с областями формирования двух (A, A') и одной (B, B') предельных структур, соответствующая параметрам рис. 5.1.

решение, определяется выражением (5.19). При $\varphi_0 = 0$ отсутствует канал диссипации энергии, связанный с образованием дефектных структур, и система представляет собой монокристалл, либо структуру, близкую к нему. Точки 1–4 на фазовой диаграмме соответствуют кривым потенциала на рис. 5.3, который обладает минимумами. Их положения определяются параметрами задачи.

Область A отвечает реализации двух ненулевых минимумов потенциала $V(\varphi)$ (кривая 2 на рис. 5.3). Здесь наблюдаются две предельные структуры с бо́льшим (первый минимум потенциала) и малым (второй минимум) размером зерна.

Область диаграммы A' подобна области A, но с тем отличием, что первый ми-

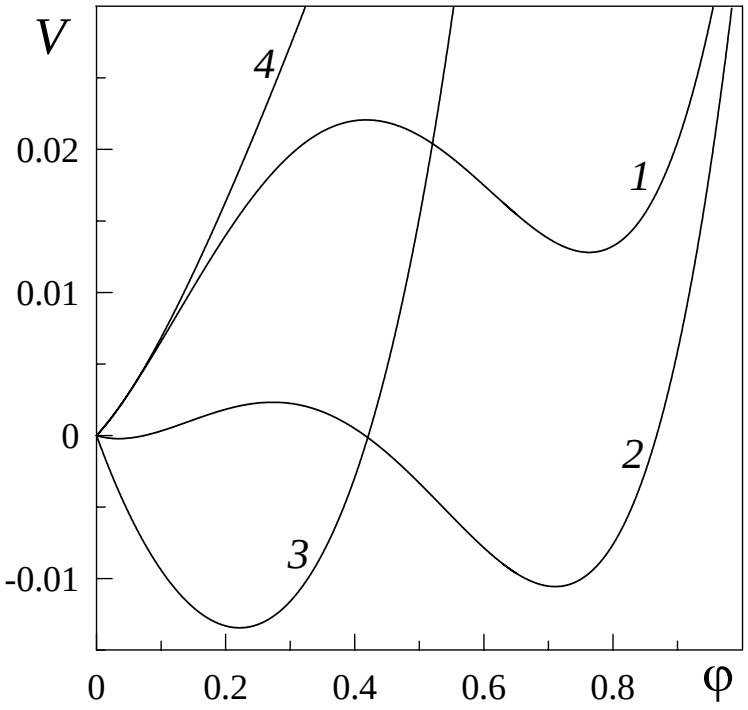

Рис. 5.3. Зависимость термодинамического потенциала (5.17) от плотности энергии границ зерен φ при параметрах рис. 5.1. Кривые 1–4 отвечают значениям инварианта $(\varepsilon^e_{ij})^2 = 0.04, 0.065, 0.08, 0.02$ и следа тензора деформации $\varepsilon^e_{ii} = -1.5, -1.375, -0.5, -1.0$ соответственно (точки 1–4 на рис. 5.2).

нимум потенциала здесь нулевой (кривая 1 рис. 5.3). Поскольку первая предельная структура формируется при $\varphi_0 = 0$, она представляет собой монокристалл. В этой области в процессе ИПД фрагментация материала может не реализоваться. Следует отметить, что переходы между минимумами потенциала возможны непосредственно во время ИПД. Благодаря им в областях A, A' формируются две предельные структуры, что отвечает режиму, при котором имеет место смесь зерен различного размера. Когда процесс ИПД закончен, следует полагать, что образец сформирован, и дальнейшие переходы не осуществляются.

В области больших деформаций B, согласно кривой 3 на рис. 5.3, формируется одна предельная структура. При увеличении $(\varepsilon^e_{ij})^2$ размер зерна будет уменьшаться, и в пределе $(\varepsilon^e_{ij})^2 \to \infty$ обработанный образец представляет аморфную структуру.

Единственный нулевой минимум $V(\varphi)$ (кривая 4 на рис. 5.3) реализуется в области малых деформаций B'. Здесь система представляет собой монокристалл.

5.3. Кинетика установления стационарного режима фрагментации

Для полного анализа системы уравнений (5.12), (5.13) методом фазовой плоскости [25] при заданных соотношениях времен релаксации τ_φ, τ_T необходимо уточнять вид термодинамического потенциала (5.10) согласно экспериментальным данным. Это связано с тем, что система уравнений в общем случае при произвольных параметрах может оказаться расходящейся и не описывать установление стационарного состояния. В связи с этим для качественного описания рассмотрим упрощенный вариант эволюции системы, для чего запишем общее кинетическое уравнение вида

$$\dot{\varphi} = -\delta \frac{\partial f}{\partial \varphi}, \tag{5.20}$$

где δ – кинетический коэффициент. Из сравнения (5.20) с первым уравнением (5.11) следует $\delta \equiv 1/\tau_\varphi$.

Подставляя (5.10), (5.14) в (5.20) и измеряя время в единицах τ_φ, получим кинетическое уравнение в явном виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = h_0 - \left(a + \frac{\alpha^2}{2\gamma}\right)\varphi + \left(b - \frac{3\beta\alpha}{2\gamma}\right)\varphi^2 - \left(\frac{\beta^2}{\gamma}\right)\varphi^3. \tag{5.21}$$

Оно совпадает с уравнением Ландау–Халатникова (5.15) и определяет динамику параметра φ.

Отметим, что первое слагаемое h_0 в (5.21) описывает некоторый постоянный источник дефектов, приводящий к росту плотности энергии границ зерен φ. Бóльшие значения параметра h_0 смещают стационарные точки задачи в область более высоких значений дефектности и способствуют формированию более мелких зерен. Существование этого источника связано с дефектностью материала более глубоких структурных уровней – наличием дислокационной подструктуры, примесей и т.д. В частности, в случае сплавов параметром h_0 определяется зависимость предельного размера зерна от процентного содержания легирующих элементов. Так, например, в работе [67] для сплавов на основе алюминия приведены данные, из которых

следует, что средний размер зерна в сплавах Al-Mg составляет 150 и 90 nm для 5 и 10%Mg; для сплавов Al-5%Zn-2%Mg и Al-10%Zn-4%Mg величина зерна равна соответственно 150 и 120 nm (до деформации - 500 μm). Это подтверждает указанную выше закономерность.

5.3.1. Релаксационные зависимости

Релаксационные временны́е зависимости $\varphi(t)$, полученные при численном решении дифференциального уравнения (5.21) методом Рунге-Кутта 4-го порядка точности и соответствующие параметрам рисунка 5.2, для различных областей фазовой диаграммы приведены на рис. 5.4. Рисунки 5.4а—г соответствуют точкам 1—4 на рис. 5.2.

На рис. 5.4а показаны зависимости, описывающие фрагментацию материала в области A' фазовой диаграммы при различных начальных условиях $\varphi(0)$. Соответствующий потенциал показан кривой 1 на рис. 5.3. Первое устанавливающееся стационарное значение (при малых начальных φ) находится в отрицательной области φ. Это связано с тем, что, на самом деле, первый минимум потенциала реализуется при $\varphi < 0$. Однако отрицательные φ не имеют физического смысла, так как при них канал диссипации энергии, связанный с образованием дефектов, становится источником выделения дополнительной энергии, а это противоречит законам сохранения. Поэтому следует полагать, что при достижении нулевого значения плотность энергии границ зерен перестает уменьшаться, и система переходит в режим $\dot{\varphi} = 0$.

Согласно рисунку, в зависимости от начальных условий может реализоваться как монокристалл (когда система выходит на стационарное значение, описываемое прямой 1), так и мелкозернистая предельная структура (прямая 2).

Временны́е зависимости, соответствующие области A фазовой диаграммы, показаны на рис. 5.4б. Его отличие от предыдущего заключается в том, что здесь первая стационарная точка реализуется в положительной области плотностей энергии

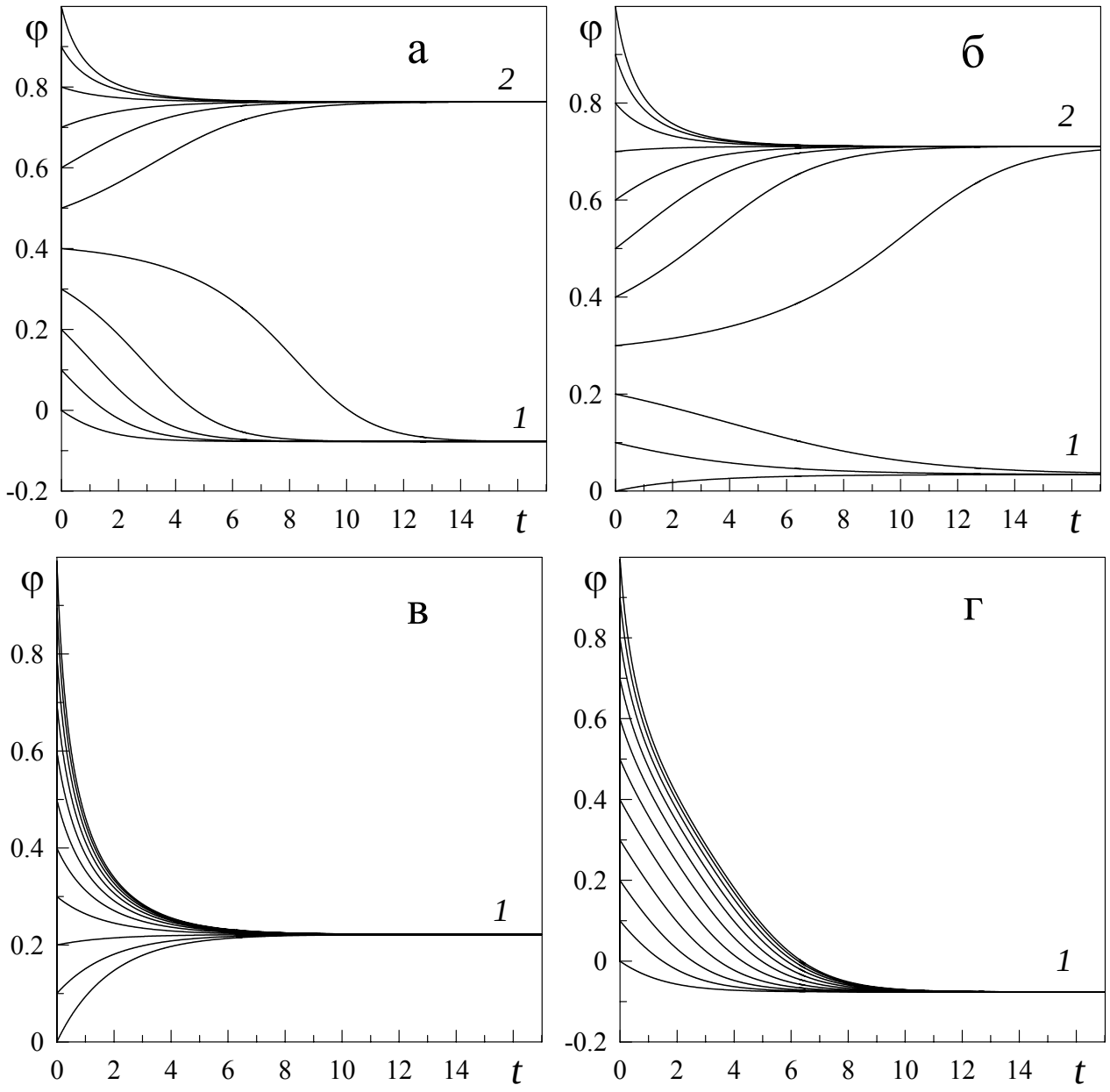

Рис. 5.4. Релаксационные зависимости $\varphi(t)$, полученные при решении уравнения (5.21) для параметров рис. 5.2. Рисунки а, б, в, г соответствуют точкам 1–4 на рис. 5.2.

границ зерен φ. Соответственно формируются две предельные структуры с крупным (прямая 1) и более мелким (прямая 2) зерном.

Область B диаграммы представлена рисунком 5.4в. Здесь существует одно стационарное состояние (прямая 1), отвечающее единственному минимуму потенциала $V(\varphi)$ (кривая 3 на рис. 5.3). При любых начальных условиях система релаксирует к этому значению, и образуется предельная структура с соответствующим размером зерна.

Последней области B' диаграммы соответствует рисунок 5.4г. Поскольку минимум потенциала $V(\varphi)$ наблюдается при $\varphi < 0$, стационарное значение формируется в отрицательном диапазоне φ. Как и для рис. 5.4а, φ_0 следует считать нулевым. При этом в результате быстрой релаксации системы к стационарной точке формируются крупные монокристаллические зерна. Соответствующий потенциал показан кривой 4 на рис. 5.3.

5.3.2. Кинетика в координатах $\dot{\varphi}-\varphi$

Исследуем влияние деформации ε^e_{ij} на процесс установления равновесия в системе с учетом определения (5.9). Функция, находящаяся в правой части (5.21), представлена на рис. 5.5. Кривая 1 построена при самом малом значении деформа-

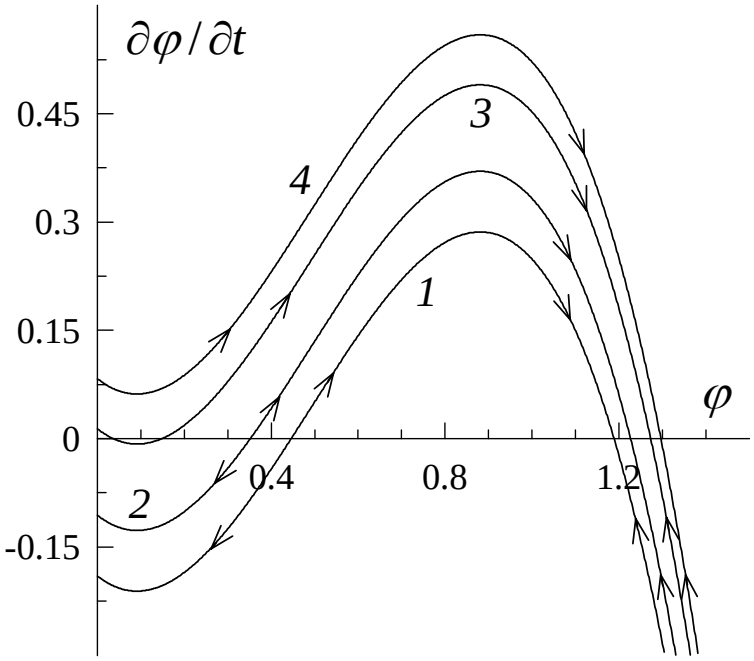

Рис. 5.5. Скорость изменения плотности энергии границ зерен $\partial\varphi/\partial t$ (5.21) как функция φ при параметрах $h'_0 = 0.005$, $\bar{\lambda} = 2.2$, $\bar{\mu} = 2.1$, $\alpha' = 1.7$, $\alpha_g = 1.0$, $e = 0.05$, $g = 2.1$, $a' = 0.3$, $\gamma = 2.4$, $\beta = 2.2$, $b = 2.8$, $\varepsilon^e_{ii} = -1.8$. Кривые 1–4 отвечают значениям $(\varepsilon^e_{ij})^2 = 0.01, 0.05, 0.107, 0.14$ соответственно.

ции. Первое пересечение кривой с осью абсцисс соответствует неустойчивой стационарной точке (максимуму потенциала $V(\varphi)$ (5.17)), поскольку при отклонении от нее система назад не возвращается. Второе пересечение отвечает минимуму потенциала, и соответственно устойчивому значению φ. Как видно из рисунка, при

$\varphi = 0$ скорость изменения плотности энергии границ зерен отрицательна. Это связано с тем, что $V(\varphi)$ имеет минимум в области значений $\varphi < 0$. Поскольку отрицательные значения φ не имеют физического смысла, как и ранее, следует полагать, что при достижении нулевого значения плотность энергии границ зерен перестает уменьшаться, и система переходит в режим $\dot{\varphi} = 0$.

Пусть в системе установилось равновесное значение $\varphi > 0$, отвечающее второму пересечению кривой 1 с осью абсцисс, и при этом образовалась соответствующая предельная структура. Если теперь быстро увеличивать значение деформации, плотность энергии границ зерен растет, как показано кривой 2. Размер зерна в предельной структуре при этом уменьшается. Здесь кинетика приближения к устойчивому стационарному значению имеет экспоненциальный характер, поскольку зависимость вблизи точки пересечения близка к линейному виду. При дальнейшем увеличении $(\varepsilon_{ij}^e)^2$, как показано кривой 3, наблюдаются три точки пересечения зависимости с осью абсцисс. При этом добавляется новое стационарное устойчивое состояние, описываемое первым пересечением. Так как оно близко к значению $\varphi = 0$, реализуется предельная структура с крупным размером зерна. Потенциал имеет при этом два минимума и один максимум в положительной области φ, в отрицательной же он монотонно возрастает при $\varphi \to -\infty$. При дальнейшем увеличении $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ существует только одно стационарное состояние (кривая 4), которое отвечает реализации предельной структуры с малым размером зерна.

Следует отметить, что в реальном эксперименте в силу геометрических особенностей методов ИПД достижение стационарного режима невозможно. В таких классических методах, как равноканальное угловое прессование, винтовая экструзия, многоугловая равноканальная гидроэкструзия и т.д., для которых характерно сохранение сечения образца до и после обработки ИПД, этого нельзя достичь по причине невозможности обеспечения постоянного во времени упругого напряжения (в нашем случае ε_{ij}^e). Образец с некоторой постоянной скоростью входит в активную зону экспериментальной установки и выходит из нее. При этом действующие сдвиговые напряжения σ_{ij} $(i \neq j)$ меняются от нуля до некоторого максималь-

ного значения при входе в активную зону и от максимального значения до нуля при выходе из нее. Тем не менее, в активной зоне структура материала будет эволюционировать в сторону стационарного значения, но за время пребывания в зоне система успеет пройти только часть пути в этом направлении. Поэтому для достижения стационарного предельного среднего размера зерна широко практикуется многократное повторение обработки материала на одной и той же установке или комбинирование обработки на установках различного типа.

В современных методах, по своей сути близких методам ИПД, используют также идею интенсивного однородного нагружения образца в процессе его обработки. В этом случае стационарный режим по напряжению $\varepsilon^e_{ij} = \mathrm{const}$, в принципе, может быть достигнут, но в силу изменения сечения образца в процессе такой обработки, только на ограниченном промежутке времени.

5.3.3. Влияние внешнего периодического воздействия

Существующие методы ИПД имеют различную геометрию эксперимента и предполагают реализацию релаксационных временны́х зависимостей деформации. В рамках данного раздела времена релаксации деформации полагались достаточно малыми, что позволило не учитывать указанные зависимости.

Возможен случай, при котором деформация, обеспечиваемая внешними силами, имеет периодический характер. Рассмотрим ситуацию, когда периодической функцией времени является инвариант ε^e_{ii}. Такая ситуация может возникнуть, например, при воздействии ультразвука. При этом реализуются регулярные изменения объема обрабатываемого образца (сжатие, восстановление формы, растяжение и т.д.). Для исследования поведения системы примем

$$\varepsilon^e_{ii} = \varepsilon_{gidro} + \varepsilon_c \cos(\omega t + \phi_0), \tag{5.22}$$

где ε_c – амплитуда, ω – круговая частота, ϕ_0 – начальная фаза. Константа ε_{gidro} введена с целью учета постоянного воздействия гидростатического сжатия (противодавления), без которого методы ИПД не применяются (это связано с необхо-

димостью подавления образования микротрещин). Решения детерминистического кинетического уравнения (5.21) для разных значений частоты приведены на рис. 5.6а. Кривая 1 соответствует малому значению частоты, и здесь параметр φ

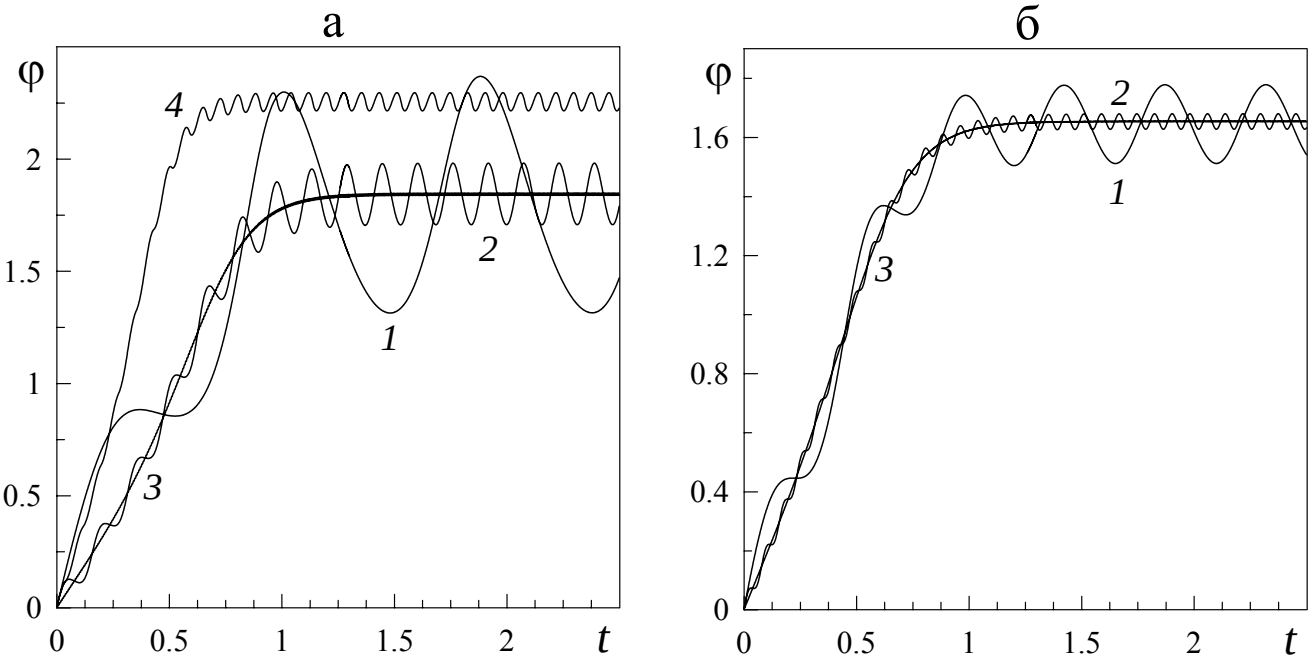

Рис. 5.6. Решение кинетического уравнения (5.21) в случае периодического воздействия при параметрах рис. 5.5: а – при учете (5.22) и $\varepsilon_{gidro} = -2.3$, $\varepsilon_c = -0.8$, $\phi_0 = 0$, $(\varepsilon^e_{ij})^2 = 0.1$. Кривые 1–4 соответствуют частотам $\omega = 7, 40, 1000, 40$. Кривая 4 построена в случае, когда (5.22) берется по абсолютному значению; б – при учете (5.23) и $\varepsilon_c^2 = 2.0$, $\phi_0 = 0$. Кривые 1–3 отвечают частотам, при которых построены соответствующие кривые на рис. 5.6б.

следует за периодическими изменениями ε^e_{ii}. При этом размер зерен периодически изменяется. Если увеличить частоту внешнего воздействия (кривая 2), то изменения плотности энергии границ зерен не успевают за периодической функцией (5.22), и размер зерна выходит на определенное среднее значение, возле которого существуют только небольшие по амплитуде колебания. В этом случае фрагментация происходит поэтапно – на зависимости в начале видны "ступеньки", на которых система находится некоторое время. Это, по-видимому, связано с тем, что в случае зависимости $\varepsilon^e_{ii}(t)$ потенциал $V(\varphi, t)$ (5.17) системы становится зависимым от времени, и его минимум может смещаться.

При большом значении частоты внешнего воздействия (кривая 3) система не успевает следовать за изменениями $\varepsilon^e_{ii}(t)$, и зависимость $\varphi(t)$ представляет со-

бой обычную релаксационную кривую с реализацией незначительных по амплитуде колебаний. Если моделировать внешнее воздействие одного знака $\varepsilon^e_{ii} = \varepsilon_{gidro} + \varepsilon_c|\cos(\omega t + \phi_0)|$ (кривая 4), то в установившемся сигнале реализуется среднее значение $\varphi(t)$, отличающееся от аналогичного значения при той же частоте в случае знакопеременного воздействия (ср. с кривой 2). Амплитуда колебаний при этом значительно уменьшается, что говорит об уменьшении разброса размеров зерен в сформированной структуре.

Рассмотрим случай, при котором периодически изменяется второй инвариант упругой части тензора деформации. Он реализуется, например, в методе многоугловой равноканальной гидроэкструзии, когда за один проход периодически изменяется направление деформирования [107]. Необходимость разработки такого метода связана с тем, что при обычных методах ИПД, как правило, за один проход минимум термодинамического потенциала не достигается. Итак,

$$(\varepsilon^e_{ij})^2 = \varepsilon_c^2 \cos^2(\omega t + \phi_0). \tag{5.23}$$

Поскольку второй инвариант $(\varepsilon^e_{ij})^2$ представляет сумму квадратов всех компонент тензора деформации (всего 3), то в зависимости от геометрии эксперимента следует оперировать каждой компонентой в отдельности. Однако, для качественного анализа можно принять весь инвариант как заданную величину (ε_c^2), и уже на него накладывать периодичность. При этом предполагается, что все 3 компоненты упругой части тензора деформации изменяются периодически по одному и тому же закону (5.23).

Решения уравнения (5.21) при учете (5.23) приведены на рис. 5.6б и качественно повторяют случай (5.22). Кривая 4 на рисунке отсутствует, так как она совпадает с кривой 2, поскольку условие положительности в (5.23) удовлетворяется автоматически. Отличительной особенностью рисунка 5.6б является то, что колебания φ здесь происходят с удвоенной частотой по сравнению с рис. 5.6а. Это связано с тем, что внешнее квадратичное воздействие (5.23) может быть записано через функцию косинуса двойного аргумента $\cos^2(x) = 0.5 + 0.5\cos(2x)$, что и приводит к

двойному увеличению частоты. При одновременном учете (5.22) и (5.23) решения кинетического уравнения имеют более сложный вид, в частности в устанавливающемся режиме присутствует несколько гармоник.

5.4. Влияние шума

Для анализа влияния аддитивных шумов введем в правые части уравнений (5.12), (5.13) стохастические слагаемые, которые моделируют шумы с интенсивностями $I_{\varphi,T}$, возникающие в результате влияния различных структурных неоднородностей, включений, примесей, дефектов, тепловых флуктуаций и т.д. Для параметра φ это, фактически, означает, что в начальном состоянии в материале одновременно имеются как крупные, так и мелкие зерна (статический шум или хаос), соотношение между которыми предопределяет конкурентную борьбу и перебросы между различными структурными состояниями. В результате исходная система уравнений примет вид

$$\dot{\varphi} = h_0 - a\varphi + b\varphi^2 - \alpha\Delta T - 2\beta\varphi\Delta T + \sqrt{I_\varphi}\xi(t), \tag{5.24}$$

$$\tau\dot{T} = -\alpha\varphi - \beta\varphi^2 + 2\gamma\Delta T + \sqrt{I_T}\xi(t). \tag{5.25}$$

Функция $\xi(t)$ представляет $\delta-$ коррелированный стохастический источник (белый шум) с моментами, определяемыми соотношениями (3.5).

В подразделе 5.2 были приведены причины, согласно которым в свободной энергии (5.7) по сравнению с [10, 100] нами дополнительно учтены два последних слагаемых. Кроме того, при учете шума благодаря введению последнего слагаемого в (5.7) результирующий шум становится мультипликативным (зависящим от параметра φ). При этом он обеспечивает не только переходы системы между минимумами потенциала, а и является причиной возникновения дополнительных стационарных состояний [26, 32, 74].

5.4.1. Динамическая фазовая диаграмма

В рамках адиабатического приближения $\tau_\varphi \gg \tau_T$ из уравнения (5.25) при $\tau\dot{T}\approx 0$ находим:

$$T = T_0 + \frac{\alpha}{2\gamma}\varphi + \frac{\beta}{2\gamma}\varphi^2 - \frac{\sqrt{I_T}}{2\gamma}\xi(t). \tag{5.26}$$

Подставив ΔT из (5.26) в (5.24), получим уравнение Ланжевена:

$$\dot{\varphi} = F(\varphi) + \sqrt{I(\varphi)}\xi(t), \tag{5.27}$$

где сила F задается выражением (5.16), а эффективная интенсивность шума I выражается равенством

$$I(\varphi) = I_\varphi + I_T\frac{(\alpha + 2\beta\varphi)^2}{4\gamma^2}, \tag{5.28}$$

следующим из свойства аддитивности дисперсий гауссовых случайных величин [24]. Уравнению (5.27) соответствует уравнение Фоккера-Планка в форме Ито [24, 32]:

$$\frac{\partial P(\varphi,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[F(\varphi)P(\varphi,t)\right] + \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\left[I(\varphi)P(\varphi,t)\right]. \tag{5.29}$$

Соответствующее стационарное распределение

$$P(\varphi) = \mathcal{Z}^{-1}\exp\{-U(\varphi)\} \tag{5.30}$$

определяется нормировочной постоянной $\mathcal{Z}$ и эффективным потенциалом

$$U(\varphi) = \ln I(\varphi) - \int\limits_0^\varphi \frac{F(\varphi')}{I(\varphi')}\mathrm{d}\varphi'. \tag{5.31}$$

Стационарные состояния плотности энергии границ зерен φ задаются условием экстремума распределения (5.30) (потенциала (5.31)), которое приводит к выражению

$$2\beta^2\gamma\varphi^3 - \left(2b\gamma^2 - 3\alpha\beta\gamma\right)\varphi^2 + \left(\alpha^2\gamma + 2a\gamma^2 + 4\beta^2 I_T\right)\varphi - 2\left(h_0\gamma^2 - \alpha\beta I_T\right) = 0. \tag{5.32}$$

Таким образом, положения экстремумов распределения (потенциала) не зависят от интенсивности шума I_φ. Данные экстремумы определяют режимы фрагментации при ИПД.

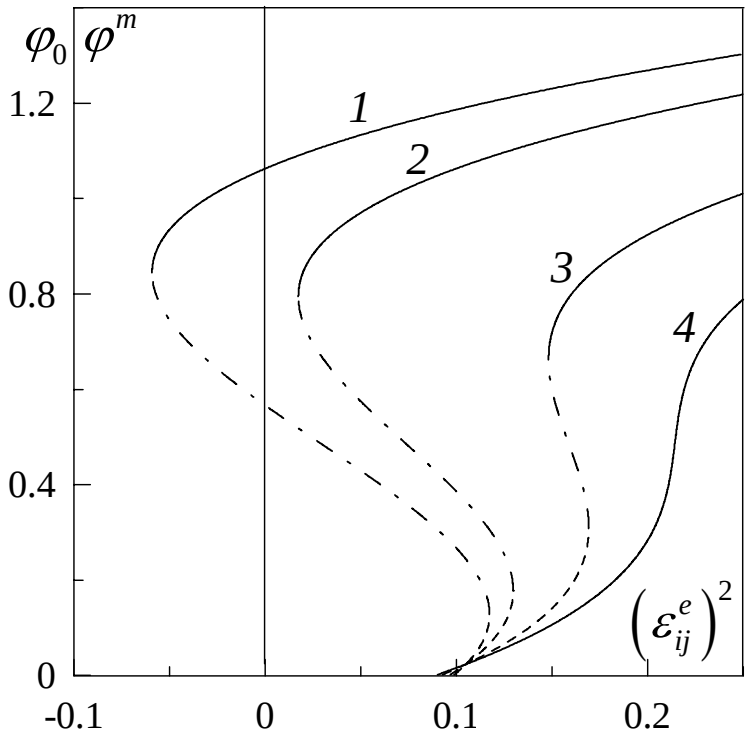

Рис. 5.7. Зависимость стационарных значений плотности энергии границ зерен φ_0, φ^m от инварианта $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ при параметрах рисунка 5.5. Кривые 1–4 отвечают значениям $I_T = 0.1, 0.22, 0.45, 0.6$.

Решение (5.32) показано на рис. 5.7, согласно которому при малых значениях интенсивности I_T существуют три стационарных состояния. Кривые 2,3,4 качественно повторяют кривые 2,3,4 на рис. 5.1 с тем отличием, что здесь они построены при различных значениях интенсивности шума I_T, а не инварианта ε_{ii}^e как на рис. 5.1.

Следует обратить внимание на то, что часть кривой может оказаться в нефизической области мнимых деформаций (кривая 1). При этом если в установку ИПД изначально подается монокристалл ($\varphi = 0$), то в детерминистическом случае (подраздел 5.2, рисунок 5.1) система представляет собой монокристалл до тех пор, пока с ростом $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ не начнет происходить непрерывный процесс фрагментации (штриховая кривая). Так как шум обеспечивает перебросы системы между минимумами эффективного потенциала, то здесь процесс фрагментации может произойти и при малом значении внешнего воздействия $(\varepsilon_{ij}^e)^2$, если интенсивность шума окажется для этого достаточной. Может показаться, что этот переход осуществляется и при $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = 0$. Последнее означало бы самопроизвольную фраг-

ментацию материала без внешнего воздействия под действием внутренних сил. Но этого не может произойти, так как кривая на рис. 5.7 оказывается в отрицательной области второго инварианта только при малых значениях интенсивности I_T, которой не достаточно для перехода системы через потенциальный барьер. Однако действие шума снижает границу фазового перехода, так как при достаточной интенсивности I_T (либо при малом уровне барьера) переход осуществляется. При этом происходит резкое уменьшение размеров зерен согласно механизму фазового перехода первого рода. С увеличением I_T зависимость выходит из нефизической области (кривая 2). Критическое значение второго инварианта получается из (5.32) при $\varphi = 0$

$$(\varepsilon^e_{ij})^2_c = -\frac{1}{\bar{\mu}}\left(h'_0 + g\varepsilon^e_{ii} + \frac{1}{2}\bar{\lambda}(\varepsilon^e_{ii})^2 - \frac{\alpha\beta I_T}{\gamma^2}\right). \qquad (5.33)$$

В координатах $(\varepsilon^e_{ij})^2 - I_T$ (5.33) представляет прямую с угловым коэффициентом $\alpha\beta/\bar{\mu}\gamma^2$, ниже которой существует нулевое стационарное решение уравнения (5.32), отвечающее минимуму $U(\varphi)$ в точке $\varphi_0 = 0$.

На рис. 5.8 приведена фазовая диаграмма системы. Прямая 1, ниже которой

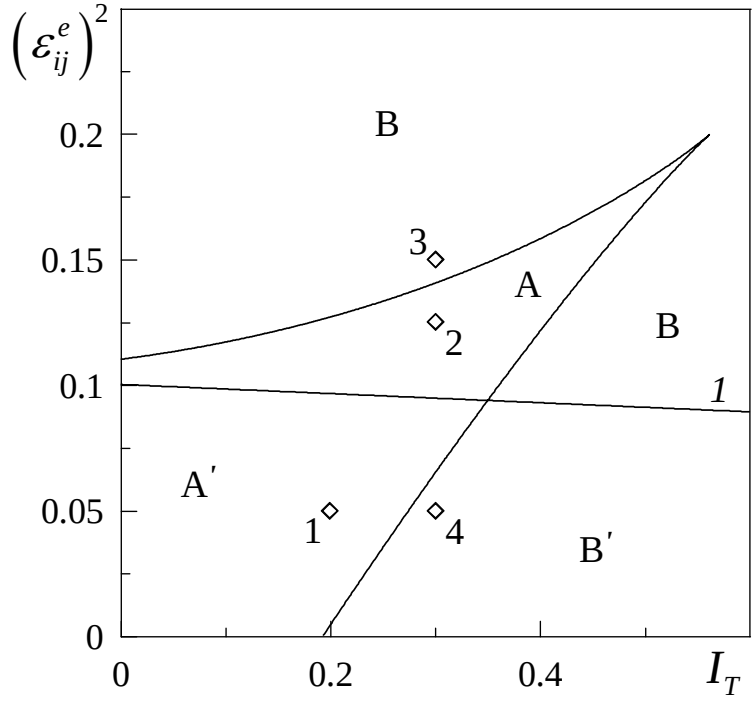

Рис. 5.8. Фазовая диаграмма системы с областями формирования двух (A, A') и одной (B, B') предельных структур, соответствующая параметрам рис. 5.5.

возможно нулевое стационарное решение, определяется выражением (5.33). Точки 1–4 на фазовой диаграмме соответствуют кривым потенциала на рис. 5.9.

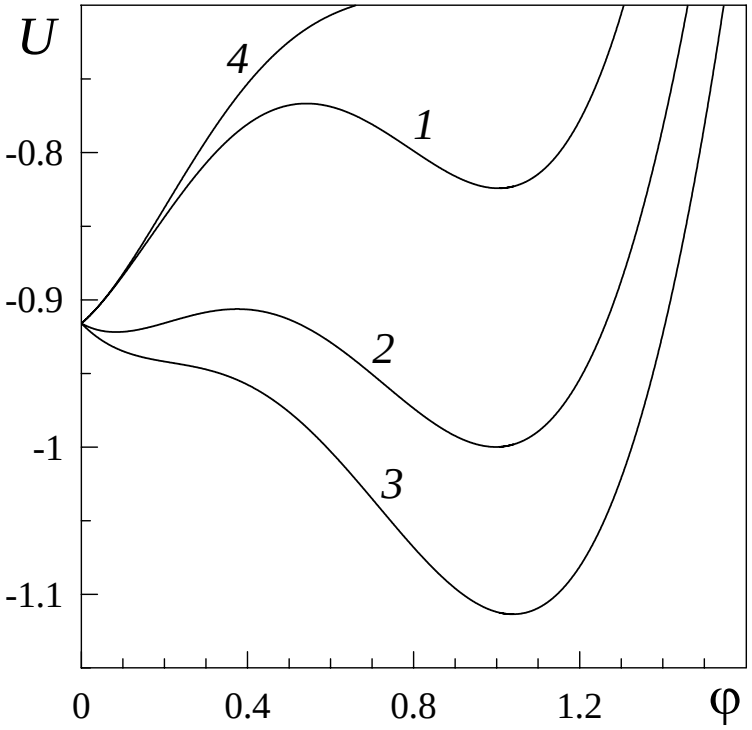

Рис. 5.9. Зависимость эффективного потенциала (5.31) от плотности энергии границ зерен φ при $I_\varphi = 0.4$ и параметрах рис. 5.5. Кривые 1–4 отвечают деформациям $(\varepsilon^e_{ij})^2 = 0.05, 0.125, 0.15, 0.05$ и интенсивностям $I_T = 0.2, 0.3, 0.3, 0.3$ соответственно (точки 1–4 на рис. 5.8).

Видно, что кривые 1–4 эффективного потенциала на рисунке 5.9 качественно повторяют вид термодинамического потенциала, приведенного на рис. 5.3. Это означает, что области диаграммы на рис. 5.8 аналогичны областям диаграммы на рис. 5.2, построенной для детерминистического случая. Так как шум осуществляет переход системы между минимумами потенциала, на рис. 5.8 в областях существования двух минимумов (A, A') будут реализоваться две предельные структуры с различными типами зерен. Первая из них соответствует самым крупным монокристаллическим зернам (нулевой минимум потенциала), вторая – более мелким зернам. На диаграмме, приведенной на рис. 5.2, в этих областях возможно образование одной из возможных предельных структур.

5.4.2. Самоподобный режим

Экспериментально обнаружено, что в процессе ИПД при определенных условиях могут возникать фрактальные структуры [9]. При этом во фрагментированном образце существуют зерна различного размера, и невозможно выделить какой-либо характерный масштаб (в нашем случае — масштаб плотности энергии границ зерен φ). Это означает, что система подобна сама себе при ее увеличении в любое количество раз.

Для исследования самоподобного поведения системы, следуя подразделу 3.5, найдем распределение вероятности (5.30), вид которого определяется эффективным потенциалом (5.31). В случае $I_\varphi \gg I_T$ получаем выражение

$$P(\varphi) \approx \mathcal{Z}^{-1} I_\varphi^{-1} \exp\left\{ I_\varphi^{-1} \int\limits_0^\varphi F(\varphi) d\varphi \right\}, \tag{5.34}$$

существенно отличное от однородной функции

$$P\left(x\right) = x^{-2\omega} \mathcal{P}\left(\varphi\right), \quad x = \varphi\varphi_s. \tag{5.35}$$

Последняя отвечает самоподобной системе, для которой отсутствует характерный масштаб плотности энергии дефектов ($\omega < 1$ — показатель распределения) [87]. Флуктуации температуры $I_T \gg I_\varphi$ приводят к распределению:

$$P\left(\varphi\right) \approx \mathcal{Z}^{-1} 4\gamma^2 I_T^{-1} \left(\alpha + 2\beta\varphi\right)^{-2} \exp\left\{ 4\gamma^2 I_T^{-1} \int\limits_0^\varphi F\left(\varphi\right) \left(\alpha + 2\beta\varphi\right)^{-2} d\varphi \right\}. \tag{5.36}$$

Данное распределение характеризуется степенной асимптотикой $P(\varphi) \sim \varphi^{-2}$ при $\alpha \to 0$ ($\alpha' \approx -\alpha_g \varepsilon_{ii}^e$) только в области $\varphi \to 0$, так как при этом интеграл в выражении (5.36) равен нулю и не дает вклад в распределение. При $\varphi \gg 1$ интеграл в общем случае дает значительный вклад, и распределение становится экспоненциальным, т.е. быстро спадает с увеличением φ. Требование самоподобия заключается в степенном виде функции распределения, поскольку при этом она спадает гораздо медленнее чем экспоненциальная, и вероятность возникновения в системе значений $\varphi \gg 1$ хоть и мала, но существенна. Таким образом, рост интенсивности

флуктуаций температуры в области $\varphi \to 0$ приводит к установлению самоподобного режима, которому отвечает однородная функция $P(x)$, характеризуемая целым показателем $2\omega = 2$. Это означает формирование большого количества предельных структур с крупными зернами различного размера. Однако, более интересна ситуация, когда образуются фрактальные структуры, т.е. размер зерен представлен как большими, так и малыми значениями φ.

В общем случае показатель распределения 2ω может быть не целым, а дробным, в частности, режиму самоорганизуемой критичности отвечает значение $2\omega = 1.5$. Во избежание такого ограничения заменим потенциал (5.10) выражением[6]

$$f(\varphi, T) = f_0 - h_0\varphi + \frac{1}{2}a\varphi^2 - \frac{1}{3}b\varphi^3 + \alpha\varphi\Delta T + \beta\varphi^{1+\omega}\Delta T - \gamma(\Delta T)^2, \qquad (5.37)$$

где введен показатель $0 < \omega < 1$. В работах [26, 89] для описания самоподобного режима параметр порядка возводился в степень непосредственно в кинетических уравнениях. Здесь поскольку система является гамильтоновой, т.е. все уравнения получены из многомерного термодинамического потенциала, необходимо производить замену непосредственно в потенциале, а затем получать из него уравнения. Система кинетических уравнений (5.24), (5.25) при этом принимает вид

$$\dot{\varphi} = h_0 - a\varphi + b\varphi^2 - \alpha\Delta T - (1+\omega)\beta\varphi^{\omega}\Delta T + \sqrt{I_\varphi}\xi(t), \qquad (5.38)$$

$$\tau\dot{T} = -\alpha\varphi - \beta\varphi^{1+\omega} + 2\gamma\Delta T + \sqrt{I_T}\xi(t). \qquad (5.39)$$

Физический смысл проведенной замены состоит в том, что требование самоподобия достигается в рамках предположения о дробном характере отрицательной обратной связи, учтенной в первом кинетическом уравнении.

Тогда условие адиабатичности $\tau_\varphi \gg \tau_T$ немедленно приводит к уравнению Ланжевена (ср. с (5.27))

$$\tau_\varphi\dot{\varphi} = F_\omega(\varphi) + \sqrt{I_\omega(\varphi)}\xi(t), \qquad (5.40)$$

где сила F_ω и эффективная интенсивность шума I_ω определяются равенствами

$$F_\omega(\varphi) = h_0 - \left(a + \frac{\alpha^2}{2\gamma}\right)\varphi + b\varphi^2 - \frac{\alpha\beta}{\gamma}\left(1 + \frac{\omega}{2}\right)\varphi^{1+\omega} - \frac{\beta^2(1+\omega)}{2\gamma}\varphi^{1+2\omega}, \qquad (5.41)$$

[6] При $\omega = 1$ получаем потенциал (5.10) и переходим к случаю, описанному в пункте 5.4.1

$$I_\omega(\varphi) = I_\varphi + I_T \frac{(\alpha + (1+\omega)\beta\varphi^\omega)^2}{4\gamma^2}. \tag{5.42}$$

Соответствующее распределение (ср. с (5.30))

$$P_\omega(\varphi) = \mathcal{Z}^{-1} \exp\{-U_\omega(\varphi)\} \tag{5.43}$$

задается статистической суммой $\mathcal{Z}$ и эффективным потенциалом

$$U_\omega(\varphi) = \ln I_\omega(\varphi) - \int_0^\varphi \frac{F_\omega(\varphi')}{I_\omega(\varphi')} d\varphi'. \tag{5.44}$$

При $I_T \gg I_\varphi$ и $\alpha \to 0$ (5.43) сводится к каноническому виду (5.35), где $x = \varphi\varphi_s = \varphi$ и $\mathcal{P}(\varphi)$ определяется выражением

$$\mathcal{P}(\varphi) \approx \mathcal{Z}^{-1} 4\gamma^2 \beta^{-2} (1+\omega)^{-2} I_T^{-1} \exp\left\{ 4\gamma^2 I_T^{-1} \int_0^\varphi F_\omega(\varphi) (\alpha + (1+\omega)\beta\varphi^\omega)^{-2} d\varphi \right\}. \tag{5.45}$$

Согласно этому, распределение (5.43) имеет степенной вид, если интеграл в (5.45) слабо изменяется с увеличением φ. Условие $I_T \gg I_\varphi$ легко обеспечить, положив $I_\varphi = 0$. Примем также $\alpha = 0$ ($\alpha' \approx -\alpha_g \varepsilon_{ii}^e$), так как степенной вид распределения (5.43) требует выполнения этого условия. Подынтегральное выражение в (5.45) при этом имеет вид

$$4\gamma^2 I_T^{-1} \left[\frac{h_0}{(\beta(1+\omega))^2 \varphi^{2\omega}} - \frac{a}{(\beta(1+\omega))^2 \varphi^{2\omega-1}} + \frac{b\varphi^{2(1-\omega)}}{(\beta(1+\omega))^2} - \frac{\varphi}{2\gamma(1+\omega)} \right]. \tag{5.46}$$

Первое слагаемое с ростом φ уменьшается, второе слабо влияет на распределение при $a \approx 0$ или $\omega > 0.5$, третье слагаемое не дает вклада при $b \approx 0$. Причем влияние этих слагаемых можно значительно уменьшить при увеличении параметра β. Однако четвертое слагаемое с ростом φ существенно искажает степенной вид распределения, превращая его в экспоненциальное. Поэтому степенное распределение будет реализоваться только при $\gamma \ll 1$ или $I_T \gg 1$ и в ограниченном диапазоне $0 < \varphi < \varphi_{max}$[7]. Однако физически φ не могут принимать бесконечно

[7] Физический смысл требований самоподобия $\gamma \ll 1$ и $I_T \gg 1$ становится понятен из (5.42), поскольку при таких условиях возрастает эффективная интенсивность шума, соответственно увеличивается разброс значений φ по их величине.

больших значений, так как при этом фрагментированный образец будет представлять аморфную структуру, а этого нельзя достичь современными методами ИПД. Поэтому такое ограничение здесь уместно – в диапазоне $0 < \varphi < \varphi_{max}$ формируется квазифрактальная структура, где имеются размеры зерен при всех φ данного диапазона. При больших φ распределение быстро спадает, становясь экспоненциальным, и более мелкие зерна не реализуются.

Точки экстремума распределения (5.43) определяются уравнением:

$$(1+\omega)\beta^2\gamma\varphi^{1+2\omega} + \alpha\beta\gamma(2+\omega)\varphi^{1+\omega} - 2b\gamma^2\varphi^2 + \left(\alpha^2\gamma + 2a\gamma^2\right)\varphi + \\ +(1+\omega)I_T\beta\omega\left(\alpha + (1+\omega)\beta\varphi^{\omega}\right)\varphi^{\omega-1} - 2h_0\gamma^2 = 0. \qquad (5.47)$$

Согласно (5.47), в актуальной области $\gamma \ll 1, I_T \gg 1$ фазовая диаграмма теряет смысл, так как при таком соотношении параметров существенным остается только предпоследнее слагаемое. Согласно (5.35) при $\varphi = 0$ распределение расходится, так как интеграл в (5.45) не дает вклада. С увеличением φ распределение остается степенным до тех пор, пока не станет существенным последнее слагаемое в (5.46), и распределение (5.43) не превратится в экспоненциально убывающее. Таким образом, при выбранном диапазоне параметров реализуется один максимум функции распределения в точке $\varphi = 0$, далее до $\varphi = \varphi_{max}$ распределение степенное, и при $\varphi > \varphi_{max}$ оно экспоненциально спадает.

Распределения вероятностей (5.43) для самоподобного режима при $\omega = 0.7$ приведены на рис. 5.10. Они ненормированные, поскольку интерес представляет только диапазон значений φ, при которых распределение имеет степенной вид. Все кривые построены в логарифмическом масштабе для того, чтобы показать, что в определенном диапазоне φ распределение принимает степенной вид, и реализуется самоподобный режим.

Чтобы убедиться в линейности участков кривых на рис. 5.10 при $0 < \varphi < \varphi_{max}$ проведем корреляционный анализ. Для этого в диапазоне значений $10^{-5} \leq \varphi \leq 10$ (где визуально зависимости представляют прямые) методом наименьших квадра-

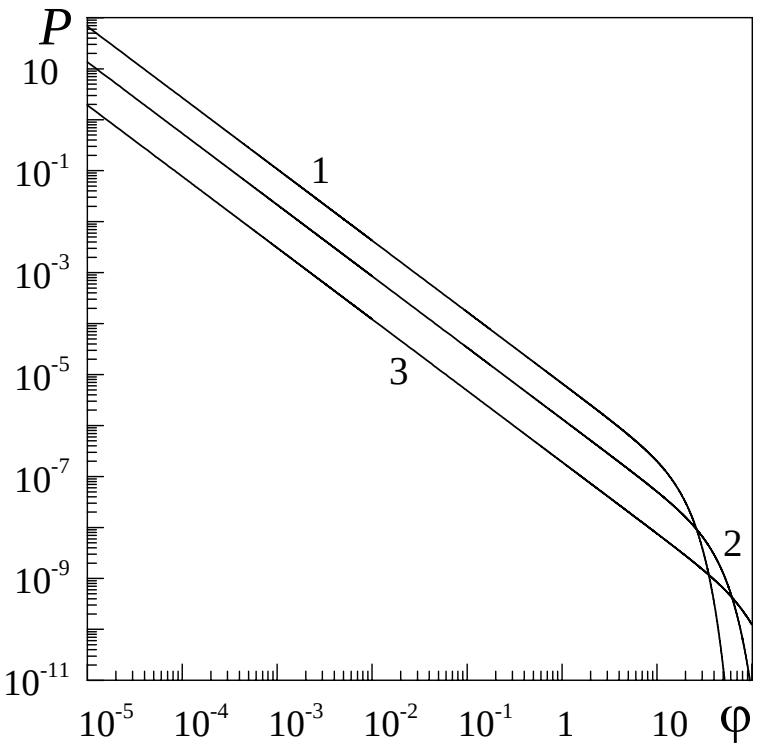

Рис. 5.10. Ненормированная функция распределения (5.43) при $\omega = 0.7$, $I_\varphi = 0$ и параметрах $h_0' = 0.005$, $\bar{\lambda} = 2.2$, $\bar{\mu} = 2.1$, $\alpha_g = 1.0$, $e = 0.05$, $g = 2.1$, $a' = 0.3$, $\gamma = 0.01$, $\beta = 3.2$, $b = 0.01$, $\varepsilon^e_{ii} = -1.8$, $(\varepsilon^e_{ij})^2 = 0.1$, $\alpha' = -\alpha_g \varepsilon_{ii}$. Кривые 1–3 отвечают значениям $I_T = 2, 10, 70$.

тов получим уравнения регрессии вида:

$$\lg P_\omega(\varphi) = A \lg \varphi + B, \tag{5.48}$$

для первой кривой $A = -1.4157, B = -5.2063$, для второй $A = -1.4032, B = -5.8765$, и для третьей $A = -1.4005, B = -6.7153$. Полученное значение $A \approx -1.4$ согласуется со степенным выражением (5.35), где в нашем случае $2\omega = 1.4$. Коэффициент корреляции определим стандартным образом:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y})^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}, \tag{5.49}$$

где $y \equiv \lg P_\omega(\varphi)$, $\hat{y}$ – значение соответственно уравнению (5.48), $\bar{y} = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i/n$ – среднее значение, а текущие значения y_i берутся из выражения (5.43) без учета $\mathcal{Z}$. При этом для кривых 1–3 на рис. 5.10 величины R^2 составляют соответственно $0.99987989, 0.99999502, 0.99999989$. Это говорит о высокой скоррелированности

уравнения регрессии (5.48) и выражения (5.43) на линейном участке, т.е. распределение является здесь степенным. На рисунке видно, что с увеличением интенсивности шума I_T протяженность линейного участка увеличивается, о чем также свидетельствует увеличение значения R^2 с ростом I_T. В формируемой квазифрактальной структуре при этом минимально возможный размер зерна будет уменьшаться.

5.4.3. Обсуждение влияния внешнего периодического воздействия

Очевидно, что наличие периодического сигнала повлияет на характер фазовой диаграммы, приведенной в пункте 5.4.1. Диаграмма получается в результате численного анализа уравнения (5.32), которое в свою очередь описывает экстремумы стационарного распределения (5.30). Последнее имеет место только, если коэффициенты дрейфа F и диффузии I в уравнении Фоккера-Планка (5.29) не зависят от времени. В случае периодического воздействия (5.22) оба коэффициента зависят от времени, а в случае (5.23) — только коэффициент дрейфа. В обоих ситуациях это означает, что и вероятность $P(\varphi, t)$ всегда зависит от времени. При этом в общем случае в системе может не установиться определенный режим, а происходят переходы между различными динамическими состояниями. Однако в ходе эволюции системы, как показано на рис. 5.6, реализуется стационарное значение плотности энергии границ зерен, вблизи которого происходят гармонические колебания с постоянной амплитудой. Это позволяет анализировать средние по времени значения $\langle \varepsilon^e_{ii} \rangle$, $\langle (\varepsilon^e_{ii})^2 \rangle$, $\langle \varepsilon^e_{ij} \varepsilon^e_{ji} \rangle$, и используя их строить фазовую диаграмму с областями существования стационарных значений плотностей энергий границ зерен $\langle \varphi \rangle$ при наличии шума. Соответствующая диаграмма будет отличаться от построенной в пункте 5.4.1. В случае воздействия ультразвука (5.22) это связано с тем, что в уравнении (5.32) фигурируют первый и второй моменты:

$$\langle \varepsilon^e_{ii} \rangle = \varepsilon_{gidro}, \quad \langle (\varepsilon^e_{ii})^2 \rangle = \varepsilon^2_{gidro} + \frac{\varepsilon^2_c}{2}. \tag{5.50}$$

Согласно (5.50), весомый вклад в поведение системы вносит амплитуда внешнего воздействия, при изменении величины которой получаются диаграммы различного вида. В случае воздействия (5.23) в исходных уравнениях фигурирует среднее значение второго инварианта $\langle \varepsilon^e_{ij}\varepsilon^e_{ji}\rangle = \varepsilon_c^2/2$, т.е. также прослеживается зависимость от амплитуды. Таким образом, можно предположить, что рост амплитуды периодического сигнала приводит к снижению порога фазового перехода. Возможно при этом для достижения мелкозернистой структуры при ИПД потребуется меньшее количество проходов в экспериментальной установке.

5.5. Выводы

1. В рамках теории фазовых переходов Ландау исследована фрагментация твердых тел в процессе ИПД. Для описания образующихся дефектных структур введены плотность энергии границ зерен φ и плотность их суммарной поверхности h, что позволяет учесть два канала диссипации энергии (тепловой и производства дефектов).

2. Построена фазовая диаграмма, где величина первого инварианта упругой части тензора деформации ε^e_{ii} и его сдвиговые компоненты ε^e_{ij} определяют области реализации различных типов предельных структур. Минимумы термодинамического потенциала $V(\varphi)$ отвечают формированию предельных структур с разным размером зерна. На фазовой диаграмме выделены четыре области – две с существованием двух предельных структур и две – с существованием одной предельной структуры. В этих областях предельная структура может формироваться как при нулевой плотности энергии границ зерен (крупные монокристаллическое зерна), так и при ненулевом ее значении (более мелкие зерна).

3. Для всех областей диаграммы в рамках адиабатического приближения (когда изменение температуры следует за изменением плотности энергии границ зерен) для анализа кинетического уравнения типа Ландау-Халатникова приведены ре-

лаксационные зависимости $\varphi(t)$. Согласно последним, тип формируемой предельной структуры зависит от начальных значений плотности энергии границ зерен. Установлено, что с увеличением упругих деформаций размер зерен в предельных структурах уменьшается.

4. Исследована кинетика установления стационарных режимов фрагментации в случае внешнего периодического воздействия. Показано, что в зависимости от его частоты и амплитуды возможно установление различных режимов фрагментации.

5. Проанализировано влияние шума температуры на процесс фрагментации. Выяснено, что фазовая диаграмма при воздействии флуктуаций имеет такие же области, как и в детерминистическом случае. Однако фазовая диаграмма при этом является динамической, т.е. шум обеспечивает постоянные переходы между режимами фрагментации в процессе ИПД.

6. Исследование самоподобного режима показывает, что можно подобрать параметры, при которых образуется множество предельных структур с различным размером зерна. При этом распределение вероятности реализации значений плотностей энергии границ зерен принимает степенной вид.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в сборниках тезисов конференций [36–39].

ВЫВОДЫ

В результате проведенного исследования развита модель, позволяющая описать эффекты, наблюдаемые при трении атомарно-гладких твердых поверхностей, разделенных ультратонким слоем смазки. Результаты работы позволяют расширить представления о физике трения объектов наноразмеров, когда обычные законы, типа закона Амонтона, не выполняются. Исследование влияния белого шума на процесс ИПД в рамках термодинамической модели предсказывает возможность возникновения новых режимов фрагментации и соответственно формирования материалов с заданными свойствами. Основные результаты диссертации представлены следующими выводами.

1. Показано, что плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-гладкими твердыми поверхностями наступает за счет появления сдвиговых напряжений, вызванного нагревом поверхностей выше критического значения. Определены выражения для температуры плавления при температурных зависимостях вязкости, описываемых степенным выражением и соотношением Фогеля-Фулчера.

2. Описано экспериментально наблюдаемое гистерезисное поведение при учете деформационного дефекта модуля сдвига. Определены три режима поведения смазки. Первый отвечает нулевым сдвиговым напряжению и деформации, второй - гуковскому участку диаграммы нагружения, и третий - участку пластического течения.

3. При учете аддитивных некоррелированных шумов построена фазовая диаграмма с областями жидкостного, сухого и прерывистого ($stick - slip$) трения. Получены временны́е зависимости напряжений, и показаны переходы между режимами трения, которые приводят к прерывистому движению. Выяснено, что шум температуры приводит к возникновению самоподобного режима поведения твердоподобной смазки.

4. Описано плавление смазки за счет диссипативного разогрева сдвигаемых по-

верхностей, когда в процессе трения температура поверхностей растет по экспоненциальному закону. При этом с течением времени происходят последовательные переходы между режимами трения. Объяснены эксперименты по граничному трению с атомарно-гладкими слюдяными поверхностями, в которых происходит плавление смазки с течением времени без подвода дополнительного тепла извне.

5. Исследовано влияние коррелированных флуктуаций температуры на плавление смазки. Построены динамические фазовые диаграммы. Найден прерывистый режим, характеризуемый спонтанными переходами между тремя стационарными значениями напряжений, при которых реализуется сухое, метастабильное и устойчивое жидкостное трение. Показано, что корреляции флуктуаций приводят к возникновению самоподобного режима поведения твердоподобной смазки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction / H. Yoshizawa, Y. -L. Chen, J. Israelachvili // Journal of Physical Chemistry. - 1993. - Vol. 97, № 16. - P. 4128-4140; Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules / H. Yoshizawa, J. Israelachvili // Journal of Physical Chemistry. - 1993. - Vol. 97, № 43. - P. 11300-11313.

2. Stick to slip transition and adhesion of lubricated surfaces in moving contact / G. Reiter, A. L. Demirel, J. Peanasky [et al] // Journal of Chemical Physics. - 1994. - Vol. 101, № 3. - P. 2606-2615.

3. Demirel A. L. Transition from static to kinetic friction in a model lubricating system / A. L. Demirel, S. Granick // Journal of Chemical Physics. - 1998. - Vol. 109, № 16. - P. 6889-6897.

4. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами / В. Л. Попов // Журнал технической физики. - 2001. - Т. 71, № 5. - С. 100-110.

5. Filippov A. E. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds / A. E. Filippov, J. Klafter, M. Urbakh // Physical Review Letters. - 2004. - Vol. 92, № 13. - P. 135503 (4).

6. Tshiprut Z. Tuning diffusion and friction in microscopic contacts by mechanical excitations / Z. Tshiprut, A. E. Filippov, M. Urbakh // Physical Review Letters. - 2005. - Vol. 95. - P. 016101 (4).

7. Braun O. M. Nanotribology: Microscopic mechanisms of friction / O. M. Braun, A. G. Naumovets // Surface Science Reports. - 2006. - Vol. 60, № 6-7. - P. 79-158.

8. Aranson I. S. Stick-slip friction and nucleation dynamics of ultrathin liquid films / I. S. Aranson, L. S. Tsimring, V. M. Vinokur // Physical Review B. - 2002. - Vol. 65, № 12. - P. 125402 (7).

9. Винтовая экструзия — процесс накопления деформации / [Я. Е. Бейгельзимер, В. Н. Варюхин, Д. В. Орлов, С. Г. Сынков]. - Донецк: ТЕАН, 2003. - 87 с.

10. Метлов Л. С. Термодинамика интенсивных пластических деформаций / Л. С. Метлов // Металлофизика и новейшие технологии. - 2007. - Т. 29, № 3. - С. 335-345.

11. Реология: Теория и приложения. / Под ред. Ф. Эйриха; [пер. с англ. под общей ред. Ю. Н. Работнова, П. А. Ребиндера]. - М.: Иностр. лит., 1962. - 824 с.

12. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен; [пер. с англ. В. Емельянов]. - М.: Мир, 1980. - 404 с.

13. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам / Г. Хакен; [пер. с англ. Ю. Данилов]. - М.: УРСС, 2005. - 245 с.

14. Олемской А. И. Синергетика конденсированной среды / А. И. Олемской, А. А. Кацнельсон. - М.: УРСС, 2003. - 336 с.

15. Олемской А. И. Самоорганизация самоподобных стохастических систем / А. И. Олемской, Д. О. Харченко. - М. : Ин-т компьют. исслед. ; Ижевск : РХД, 2007. - 296 с.

16. Олемской А. И. Теория стохастических систем с сингулярным мультипликативным шумом / А. И. Олемской // Успехи физических наук. - 1998. - Т. 168, № 3. - С. 287-321.

17. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. - М.: УРСС, 2007. - Т. 7: Теория упругости. Изд. 6. - 2007. - 264 с.

18. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. - М.: Наука, 2007. - Т. 5: Статистическая физика. Изд. 2. - 1964. - 568 с.

19. Shapiro V. E. Systems near a critical point under multiplicative noise and the concept of effective potential / V. E. Shapiro // Physical Review E. - 1993. - Vol. 48, № 1. - P. 109-120.

20. Olemskoi A. I. Phase transitions induced by noise cross-correlations / A. I. Olemskoi, D. O. Kharchenko, I. A. Knyaz' // Physical Review E. - 2005. - Vol. 71, № 4. - P. 041101 (12).

21. Numerical recipes in C: the art of scientific computing / [W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et al]. - New York: Cambridge University Press, 1992. - 1020 p.

22. Харченко Д. О. Методи описання і моделювання стохастичних систем / Д. О. Харченко. - Суми : СумДУ, 2008. - 205 с.

23. Olemskoi A. I. Axiomatic theory of self-organizing system / A. I. Olemskoi // Physica A. - 2002. - Vol. 310, № 1-2. - P. 223-233.

24. Risken H. The Fokker-Planck equation / H. Risken. - Berlin: Springer, 1989. - 474 p.

25. Олемской А. И. Трехпараметрическая кинетика фазового перехода / А. И. Олемской, А. В. Хоменко // Журнал экспериментальной и теоретической физики. - 1996. - Т. 110, № 6(12). - С. 2144-2167.

26. Хоменко А. В. Стохастическая теория прерывистого режима плавления ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. - 2005. - Т. 75, № 11. - С. 17-25.

27. Хоменко А. В. Влияние корреляций температуры на самоподобное поведение ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Вестник Сумского государственного университета. - 2005. - № 4(76). - С. 70-87.

28. Хоменко А. В. Фазовая кинетика внутреннего трения ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Вестник Сумского государственного университета. - 2005. - № 8(80). - С. 68-77.

29. Khomenko A. V. Temperature dependence effect of viscosity on ultrathin lubricant film melting / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Condensed Matter Physics. - 2006. - Vol. 9, № 4(48). - P. 695-702.

30. Khomenko A. V. Influence of temperature correlations on phase kinetics of boundary friction / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Вестник Львовского университета. - 2007. - № 40. - С. 71-85.

31. Khomenko A. V. Phase dynamics and kinetics of thin lubricant film driven by correlated temperature fluctuations / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Fluctuation and Noise Letters. - 2007. - Vol. 7, № 2. - P. L111-L133.

32. Хоменко А. В. Плавление ультратонкой пленки смазки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. - 2007. - Т. 77, № 9. - С. 137-140.

33. Хоменко А. В. Гистерезисные явления при плавлении ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Физика твердого тела. - 2007. - Т. 49, № 5. - С. 886-890.

34. Khomenko A. V. Hysteresis phenomena at ultrathin lubricant film melting in the case of first-order phase transition / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Physics Letters A. - 2007. - Vol. 366, № 1-2. - P. 165-173.

35. Хоменко О. В. Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефекті модуля зсуву / О. В. Хоменко, Я. О. Ляшенко // Журнал фізичних досліджень. - 2007. - Т. 11, № 3. - С. 268-278.

36. Метлов Л. С. Влияние аддитивных шумов на процесс интенсивной пластической деформации / Л. С. Метлов, А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Мезоскопические явления в твердых телах : междунар. конф., 26 февраля - 1 марта 2007 г. : тезисы докл. - Донецк, 2007. - С. 73.

37. Хоменко А. В. Стохастическая теория фрагментации в процессе интенсивной пластической деформации / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко, Л. С. Метлов // ИЭФ-2007 : всеукр. конф., 14 - 19 мая 2007 г. : тезисы докл. - Ужгород, 2007. - С. 201.

38. Хоменко О. Фазова кінетика інтенсивної пластичної деформації / О. Хоменко, Я. Ляшенко, Л. Метлов // ЕВРИКА-2007 : міжнар. конф., 22 - 24 травня 2007 р. : тези доповіді. - Львів, 2007. - С. А4.

39. Khomenko A. V. Noise effect on thermodynamics of fragmentation at severe plastic deformation / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko, L. S. Metlov // Functional Materials - ICFM'2007 : Int. conf., 1-6 October 2007 : abstract. - Crimea, Partenit, 2007. - P. 279.

40. Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours / J. Israelachvili // Surface Science Reports. - 1992. - Vol. 14, № 3. - P. 109-159.

41. Israelachvili J. N. Intermolecular and surface forces: with applications to colloidal and biological systems / J. N. Israelachvili. - New York: Academic Press, 1991. - 480 p.

42. Israelachvili J. N. Techniques for direct measurements of forces between surfaces in liquids at the atomic scale / J. N. Israelachvili // Chemtracts: Analytical and Physical Chemistry. - 1989. - Vol. 1. - P. 1-12.

43. Israelachvili J. N. Measurement of forces between two mica surfaces in aqueous electrolyte solutions in the range 0-100 nm / J. N. Israelachvili, G. E. Adams // J. Chem Soc. Faraday Trans. I. - 1978. - Vol. 74. - P. 975-1001.

44. Pashley R. M. Hydration forces between mica surfaces in aqueous electrolyte soltuions / R. M. Pashley // Journal of Colloid and Interface Science. - 1981. - Vol. 80, № 1. - P. 153-162.

45. Pashley R. M. DLVO and hydration forces between mica surfaces in Li+, Na+, K+ and Cs+ electrolyte solutions: A correlation of double-layer and hydration forces with surface cation exchange properties / R. M. Pashley // Journal of Colloid and Interface Science. - 1981. - Vol. 83, № 2. - P. 531-546.

46. Horn R. G. Surface forces and viscosity of water measured between silica sheets / R. G. Horn, D. T. Smith, W. Haller // Chemical Physics Letters. - 1989. - Vol. 162, № 4-5. - P. 404-408.

47. Horn R. G. Direct measurement of surface forces between sapphire crystals in aqueous solutions / R. G. Horn, D. R. Clarke, M. T. Clarkson // Journal of Materials Research. - 1988. - Vol. 3, № 3. - P. 413-416.

48. Ploehn H. J. Interactions between colloidal particles and soluble polymer / H. J. Ploehn, W. B. Russel // Advances in Chemical Engineering. - 1990. - Vol. 15. - P. 137-228.

49. Israelachvili J. N. Forces between surfaces in liquids / J. N. Israelachvili, P. M. McGuiggan // Science. - 1988. - Vol. 241, № 4867. - P. 795-800.

50. Lee C. S. Changing activity of ribonuclease A during adsorption: A molecular explanation / C. S. Lee, G. Belfort // Proceedings of the National Academy of

Sciences of the United States of America. - 1989. - Vol. 86, № 21. - P. 8392-8396.

51. Parker J. L. Measurements of the forces between a metal surface and mica across liquids / J. L Parker, H. K. Christenson // Journal of Chemical Physics. - 1988. - Vol. 88, № 12. - P. 8013-8014.

52. Robbins M. O. Critical velocity of stick-slip motion / M. O. Robbins, P. A. Thompson // Science. - 1991. - Vol. 253, № 5022. - P. 916.

53. Luan B. Effect of intertia and elasticity on stick-slip motion / B. Luan, O. M. Robbins // Physical Review Letters. - 2004. - Vol. 93, № 3. - P. 036105 (4).

54. Luengo G. Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication / G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick // Wear. - 1996. - Vol. 200, № 1-2. - P. 328-335.

55. Pipkin A. C. Lectures in Viscoelastic Theory / A. C. Pipkin. - New York: Springer-Verlag, 1972. - 180 p.

56. Carlson J. M. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces / J. M. Carlson, A. A. Batista // Physical Review E. - 1996. - Vol. 53, № 4. - P. 4153-4165.

57. Khomenko A. V. Solid-liquid transition of ultrathin lubricant film / A. V. Khomenko, O. V. Yushchenko // Physical Review E. - 2003. - Vol. 68, № 3. - P. 036110 (6).

58. Persson B. N. J. Sliding friction. Physical principles and applications / B. N. J. Persson. - Berlin: Springer-Verlag, 2000. - 515 p.

59. Havranek A. Glass transition in inorganic glasses, polymers, and crystals / A. Havranek, M. Marvan // Ferroelectrics. - 1996. - Vol. 176. - P. 25-32.

60. Олемской А. И. Теория аморфного состояния / А. И. Олемской, Е. А. Торопов // Физика металлов и металловедение. - 1991. - № 9.- С. 5-29.

61. Олемской А. И. Феноменологические уравнения стеклования жидкости / А. И. Олемской, А. В. Хоменко // Журнал технической физики. - 2000. - Т. 70, № 6. - С. 6-9; Олемской А. И. Синергетическая теория стеклования жидкости / А. И. Олемской, А. В. Хоменко // Журнал технической физики. - 2000. - Т. 70, № 6. - С. 10-15.

62. Особенности низкотемпературной рекристаллизации никеля и меди / Н. А. Смирнова, В. И. Левит, В. П. Пилюгин [и др.] // Физика металлов и металловедение. - 1986. - Т. 62, № 3. - С. 566-570.

63. Valiev R. Z. Plastic deformation of alloys with submicro-grained structure / R. Z. Valiev, N. A. Krasilnikov, N. K. Tsenev // Materials Science and Engineering A. - 1991. - Vol. 137. - P. 35-40.

64. Валиев Р. З. Структура и свойства металлических материалов с субмикрокристаллической структурой / Р. З. Валиев, А. В. Корзиников, Р. Р. Мулюков // Физика металлов и металловедение. - 1992. - Т. 73, № 4. - С. 70-86.

65. Гусев А. И. Эффекты нанокристаллического состояния в компактных металлах и соединениях / А. И. Гусев // Успехи Физических Наук. - 1998. - Т. 168, № 1. - С. 55-83.

66. Малыгин Г. А. Пластичность и прочность микро- и нанокристаллических материалов / Г. А. Малыгин // Физика твердого тела. - 2007. - Т. 49, № 6. - С. 961-982.

67. Структурные изменения в алюминиевых сплавах при интенсивной пластической деформации / А. А. Мазилкин, Б. Б. Страумал, С. Г. Протасова [и др.] // Физика твердого тела. - 2007. - Т. 49, № 5. - С. 824-829.

68. Beygelzimer J. E. Grain refinement versus voids accumulation during severe plastic deformations of polycrystals: A mathematical simulation / J. E. Beygelzimer // Mechanics of Materials. - 2005. - Vol. 37, № 7. - P. 753-767.

69. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow / E. N. Lorenz // Journal of Atmospheric Science. - 1963. - Vol. 20. - P. 130-141.

70. In: physics of sliding friction / [G. Reiter, A. L. Demirel, J. Peanasky et al]; Eds. B. N. J. Persson, E. Tosatti. - Dordrecht: Kluver, 1995. - P. 119-138.

71. Jackle J. Models of the glass transition / J. Jackle // Reports on Progress in Physics. - 1986. - Vol. 49, № 2. - P. 171-231.

72. Хоменко А. В. Синергетическая кинетика плавления ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Н. В. Проданов // Физика и техника высоких давлений. - 2006. - Т. 16, № 4. - С. 164-179.

73. Brener E. A. Frictional shear cracks / E. A. Brener, V. I. Marchenko // JETP Letters. - 2002. - Vol. 76, № 4. - P. 211-214.

74. Khomenko A. V. Noise influence on solid-liquid transition of ultrathin lubricant film / A. V. Khomenko // Physics Letters A. - 2004. - Vol. 329, № 1-2. - P. 140-147.

75. Хоменко А. В. Влияние температурной зависимости вязкости и деформационного дефекта модуля сдвига смазки на кинетику граничного трения // Надтверді, композиційні матеріали та покриття: отримання, властивості та застосування : всеукр. конф., 18-19 квітня 2007 р. : тези доповіді. - Київ, 2006. - С. 84-86.

76. Хоменко О. Гістерезисні явища при граничному терті / О. Хоменко, Я. Ляшенко // ЕВРИКА-2006 : міжнар. конф., 15-17 травня 2006 р. : тези доповіді. - Львів, 2006. - С. С48.

77. Хоменко А. В. Необратимая фазовая динамика ультратонкой пленки смазки при деформационном дефекте модуля сдвига / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Высокие давления 2006 - Фундаментальные и прикладные аспекты : меж-

дунар. конф., 17-22 сентября 2006 г. : тезисы доклада. - Крым, Судак, 2006. - С. 72.

78. Хоменко А. В. Влияние температурной зависимости вязкости на плавление сдвигом тонкой пленки смазки между гладкими твердыми поверхностями / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Высокие давления 2006 - Фундаментальные и прикладные аспекты : междунар. конф., 17-22 сентября 2006 г. : тезисы доклада. - Крым, Судак, 2006. - С. 73.

79. Khomenko A. V. Melting of ultrathin lubricant film with deformational defect of shear modulus / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Quantum electrodynamics and statistical physics QEDSP2006 : Int. conf., 19-23 September 2006 : abstract. - Kharkov, 2006. - P. 190-191.

80. Хоменко А. В. Гистерезис при плавлении тонкой пленки смазки в случае переходов первого и второго рода / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // ИЭФ-2007 : всеукр. конф., 14 - 19 мая 2007 г. : тезисы доклада. - Ужгород, 2007. - С. 202.

81. Ляшенко Я. Статистична нелінійна теорія плавлення ультратонкої плівки мастила / Я. Ляшенко // VII всеукраїнська школа-семінар і конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини ІФКС НАН України, 31 травня - 1 червня 2007 р. : тези конкурсної доповіді. - Львів, 2007. - С. 21-23.

82. Gee M. L. Liquid to solidlike transitions of molecularly thin films under shear / M. L. Gee, P. M. McGuiggan, J. N. Israelachvili // Journal of Chemical Physics. - 1990. - Vol. 93, № 3. - P. 1895-1906.

83. Мелвин-Хьюз Э. А. Физическая химия. Ч. 1 / Э. А. Мелвин-Хьюз; [пер. с англ. Е. Еремин и др.]. - М.: Иностр. лит., 1962. - 520 с.

84. Romero A. H. First passage time statistics for systems driven by long range correlated gaussian noises / A. H. Romero, J. M. Sancho, K. Lindenberg // Fluctuation and Noise Letters. - 2002. - Vol. 2, № 2. - P. L79-L100.

85. Торопов Е. А. Влияние шума на характер поведения синергетической системы / Е. А. Торопов, Д. О. Харченко // Известия высших учебных заведений, физика. - 1996. - № 4. - С. 75-82.

86. Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках / К. В. Гардинер; [пер. с англ. А. Доброславский и др.]. - М.: Мир, 1986. - 528 с.

87. Amit D. J. Field theory, the renormalization group, and critical phenomena / D. J. Amit. - New York: McGraw-Hill, Inc., 1978. - 336 p.

88. Bak P. How nature works: the science of self-organized criticality / P. Bak. - New York: Springer-Verlag, 1996. - 212 p.

89. Olemskoi A. I. Self-organized criticality within fractional Lorenz scheme / A. I. Olemskoi, A. V. Khomenko, D. O. Kharchenko // Physica A. - 2003. - Vol. 323. - P. 263-293.

90. Khomenko A. V. Jamming transition with fluctuations of characteristic acceleration/braking time / A. V. Khomenko, D. O. Kharchenko, O. V. Yushchenko // Вестник Львовского университета. - 2004. - № 37. - С. 44-56.

91. Khomenko A. V. Stochastic theory of phase dynamics and kinetics of transitions between the modes of ultrathin lubricant film melting / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // ЕВРИКА-2005 : міжнар. конф., 24 - 26 травня 2005 р. : тези доповіді. - Львів, 2005. - С. 17-18.

92. Khomenko A. V. Stochastic theory of self-similar mode of stick-slip boundary friction / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications : Int. conf., 28-30 August 2005 : abstract. - Lviv, 2005. - P. 141.

93. Khomenko A. V. Stochastic theory of transitions between the modes of ultrathin lubricant film melting / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Spectroscopy of

molecules and crystals : Int. School-Seminar, 20-26 September 2005 : abstract. - Crimea, Beregove, 2005. - P. 183.

94. Хоменко А. В. Плавление тонкой пленки смазки за счет диссипативных эффектов / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Мезоскопические явления в твердых телах : междунар. конф., 26 февраля - 1 марта 2007 г. : тезисы докл. - Донецк, 2007. - С. 74.

95. Хоменко А. В. Влияние флуктуаций температуры поверхностей трения на динамическую фазовую диаграмму / А. В. Хоменко // Вестник Сумского государственного университета. - 2004. - № 10(69). - С. 15-28.

96. Низкотемпературная деформация нанокристаллического ниобия / В. В. Шпейзман, В. И. Николаев, Б. И. Смирнов [и др.] // Физика твердого тела. - 2000. - Т. 42, № 6. - С. 1034-1037.

97. Влияние отжига на свойства стали Х18Н10Т, деформированной квазигидроэкструзией при 77 К / А. С. Кальченко, А. В. Мац, И. М. Неклюдов [и др.] // Металлофизика и новейшие технологии. - 2005. - Т. 27, № 5. - С. 585-593.

98. Метлов Л. С. Особенности разрушения квазихрупких тел / Л. С. Метлов, А. Ф. Морозов // Физика и техника высоких давлений. - 2001. - Т. 11, № 2. - С. 93-103.

99. Метлов Л. С. Качественная термодинамическая модель фрагментации твердых тел при интенсивной пластической деформации / Л. С. Метлов // Деформация и разрушение материалов. - 2007. - № 2. - С. 40-43.

100. Метлов Л. С. Фрагментация твердых тел / Л. С. Метлов // Вестник Донецкого университета, Сер. А: Естественные науки. - 2006. - № 1. - С. 269-274.

101. Базаров И. П. Термодинамика / И. П. Базаров. - М.: Высшая школа, 1991. - 376 с.

102. Путилов К. А. Термодинамика / К. А. Путилов. - М.: Наука, 1971. - 376 с.

103. Метлов Л. С. Предельные структуры ИПД. Температурные аспекты / Л. С. Метлов // Вестник Донецкого университета, Сер. А: Естественные науки. - 2006. - № 2. - С. 169-174.

104. Малыгин Г. А. Самоорганизация дислокаций и локализация скольжения в пластически деформируемых кристаллах (обзор) / Г. А. Малыгин // Физика твердого тела. - 1995. - Т. 37, № 1. - С. 3-42.

105. Малыгин Г. А. Процессы самоорганизации дислокаций и пластичность кристаллов / Г. А. Малыгин // Успехи физических наук. - 1999. - Т. 169, № 9. - С. 979-1010.

106. Олемской А. И. О возбужденном состоянии границы зерна в нано- и субмикрокристаллах / А. И. Олемской, Р. З. Валиев, А. В. Хоменко // Металлофизика и новейшие технологии. - 1999. - Т. 21, № 4. - С. 43-58.

107. Варюхин В. Н. Равноканальная многоугловая экструзия / В. Н. Варюхин, В. З. Спусканюк, Н. И. Матросов [и др.] // Физика и техника высоких давлений. - 2002. - Т. 12, № 4. - С. 31-39.